

Относительная влажность в подоблачном слое и высота нижней границы облачности

П.Б. Руткевич*, Г.С. Голицын, Б.П. Руткевич*, А.П. Шелехов*****

*) Институт космических исследований РАН, Москва, ул. Профсоюзная 84/32. e-mail: pbrutkevich@gmail.com , bprutkevych@gmail.com

***) Институт физики атмосферы РАН, 119017, Москва, Пыжевский пер., 3, email: gsg@ifaran.ru

***) Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, 634055, г. Томск, пр. Академический 10/3, e-mail: ash@imces.ru

Температура в подоблачном слое понижается с высотой. Поэтому относительная влажность воздуха повышается за счёт понижения температуры и на некоторой высоте она достигает 100%. Примем, что на этой высоте начинается образование облачности.

Введём безразмерную массовую долю пара постоянную по высоте, поскольку будем считать, что воздух в подоблачном слое хорошо перемешан: $q_0 = \rho_v(z) / \rho(z)$,

$\rho_v(z)$ – вертикальное распределение плотности пара.

Относительная влажность воздуха в подоблачном слое как функция высоты над поверхностью земли определяется как $r(z) = E_d(z) / E_{st}(z)$,

где $E_d(z) = q_0 \rho(z) R_v T(z)$,

$E_d(z)$ – парциальное давление пара в подоблачном слое как функция высоты.

Давление насыщенного пара с высотой уменьшается в силу уменьшения температуры. Поэтому можно применить формулу Клаузиуса – Клапейрона:

$$E_{st}(z) = E_{s0} \exp \left[\frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T(z)} \right) \right] - \text{скрытая теплота парообразования}$$
$$L \approx 2,5 \text{ МДж/кг.}$$

Формула Клаузиуса – Клапейрона является точной термодинамической формулой, она описывает давление насыщенного пара как функции температуры в сравнительно небольшом диапазоне изменения температуры вблизи значения некоторого значения. И ошибка тем больше, чем больше отклонение температуры от этого значения температуры. Поэтому часто удобнее использовать эмпирическую формулу:

$$E_{st}(z) = \exp\left[23.8 - \frac{4157}{T(z) - 33.91}\right],$$

где давление насыщения водяного пара выражено в Паскалях – кг/м·с², а температура – в градусах Кельвина. Тогда для относительной влажности воздуха в подоблачном слое как функции высоты над поверхностью земли получаем:

$$r(z) = \frac{q(z)\rho(z)R_v T(z)}{\exp\left[23.8 - \frac{4157}{T(z) - 33.91}\right]}.$$

Безразмерное отношение смеси у поверхности земли q_0 определим на основании заданных значений температуры $T(0)$, относительной влажности $r(0)$, и плотности сухого воздуха $\rho(0)$, как

$$q_0 = \frac{r(0)}{\rho(0)R_v T(0)} \exp\left[23.8 - \frac{4157}{T(0) - 33.91}\right].$$

Относительная влажность ненасыщенного воздуха как функция высоты изменяется от значения влажности воздуха вблизи поверхности $r(0)$ до единицы. На высоте $r(z_{cloud})=1$ воздух насыщается, происходит выделение скрытой теплоты конденсации и образуется облако. Чтобы найти высоту нижней границы облачности z_{cloud} , нужно решить неявное уравнение

$$q_0 \rho_a(z) R_v T(z) = \exp \left[23.8 - \frac{4157}{T(z) - 33.91} \right].$$

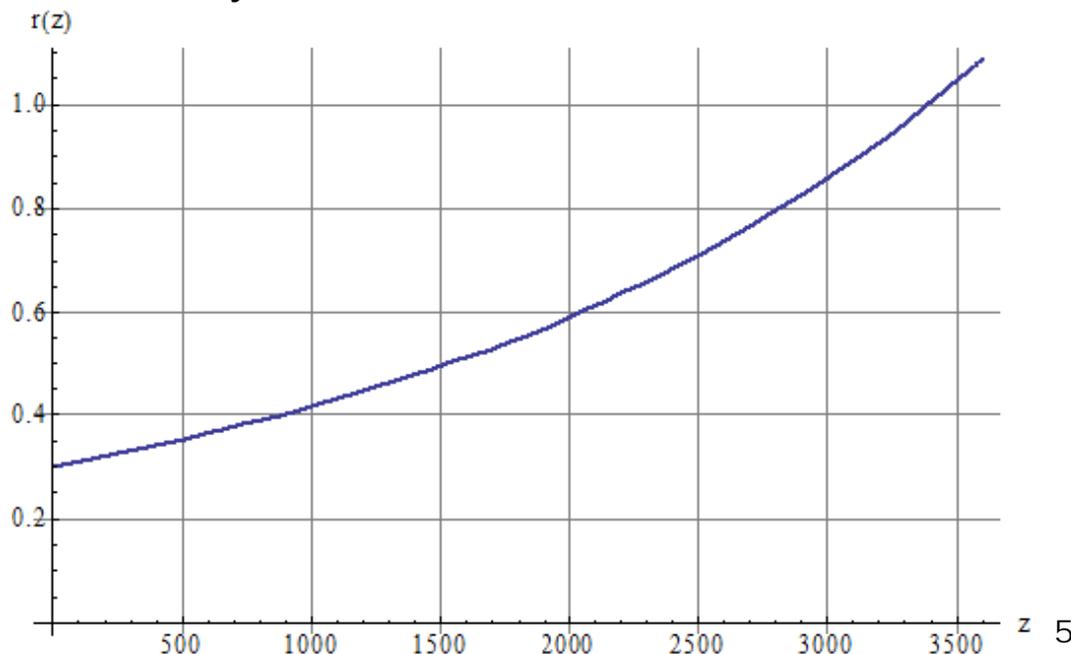
$$P(z) = \rho(z) R T(z)$$

Используя уравнение состояния идеального газа для сухого воздуха, получим относительную влажность воздуха как функцию высоты

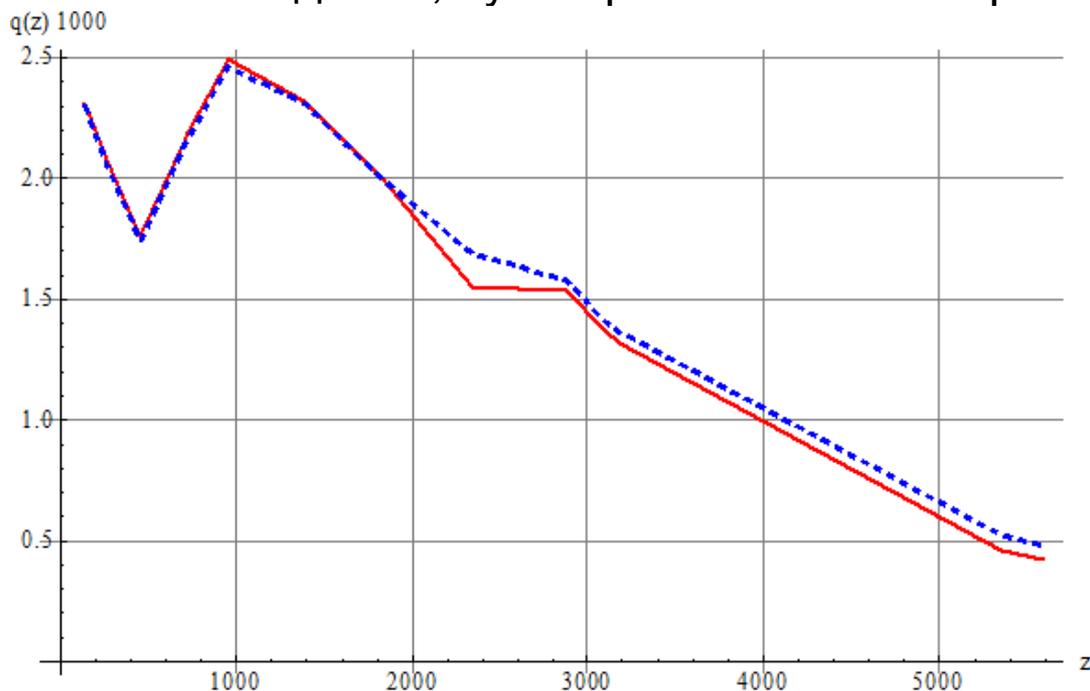
$$r(z) = \frac{R_v}{R} \frac{q_0 P(z)}{\exp \left[23.8 - \frac{4157}{T(z) - 33.91} \right]}.$$

Формула с давлением удобнее для использования, поскольку давление воздуха с высотой изменяется меньше, чем плотность или температура.

Применим эту формулу для малых значений относительной влажности вблизи поверхности океана при постоянном значении градиента температуры $gradT_0 = -7 \text{ K/км}$. Примем следующие значения параметров: температура на поверхности земли $T_0 = 20 \text{ C}$, вертикальный сухоадиабатический градиент температуры $\Gamma_a = -9,75 \text{ K/км}$, плотность воздуха у поверхности земли $1,2 \text{ кг/м}^3$, давление у поверхности океана $P_0 = 101325 \text{ Па}$, абсолютная влажность воздуха у поверхности океана $4,3 \text{ г/кг}$, парциальное давление пара у поверхности океана $E_0 = 700 \text{ Па}$, давление насыщенного пара у поверхности океана $E_s = 2334 \text{ Па}$, относительная влажность у поверхности океана $r(0) = E_0/E_s = 0,3$. На рисунке представлена зависимость относительной влажности от высоты. Считая, что нижняя граница облачности соответствует относительной влажности значения 100%, получаем 3390 метров.



В качестве примера рассмотрим графики массовой доли пара от высоты, полученные по данным наблюдений метеорологической станции Новосибирска имеющей расположение – **долгота: 54,96, широта: 82,95**, высота над уровнем моря: 143 метра, Сплошная линия – данные наблюдений, пунктирная линия – теоретические вычисления.



Сравнение графиков массовой доли влажности от высоты. Сплошная линия – данные наблюдений [1]. Пунктирная линия – вычисления.

[1]. UNNN Novosibirsk Observations at 00Z 06 Jan. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://weather.uwyo.edu/cgi-bin/sounding?region=np&TYPE=TEXT%3ALIST&YEAR=2015&MONTH=01&FROM=1500&TO=1512&STNM=29634>.

Считается, что нижняя граница облачности приходится на значения относительной влажности более 0,9 [2].

Формула Ипполитова: $H = 24 \cdot (100 - r)$.

T_d - температура точки росы у земли.

Формула Ферреля: $H = 122 \cdot (T - T_d)$,

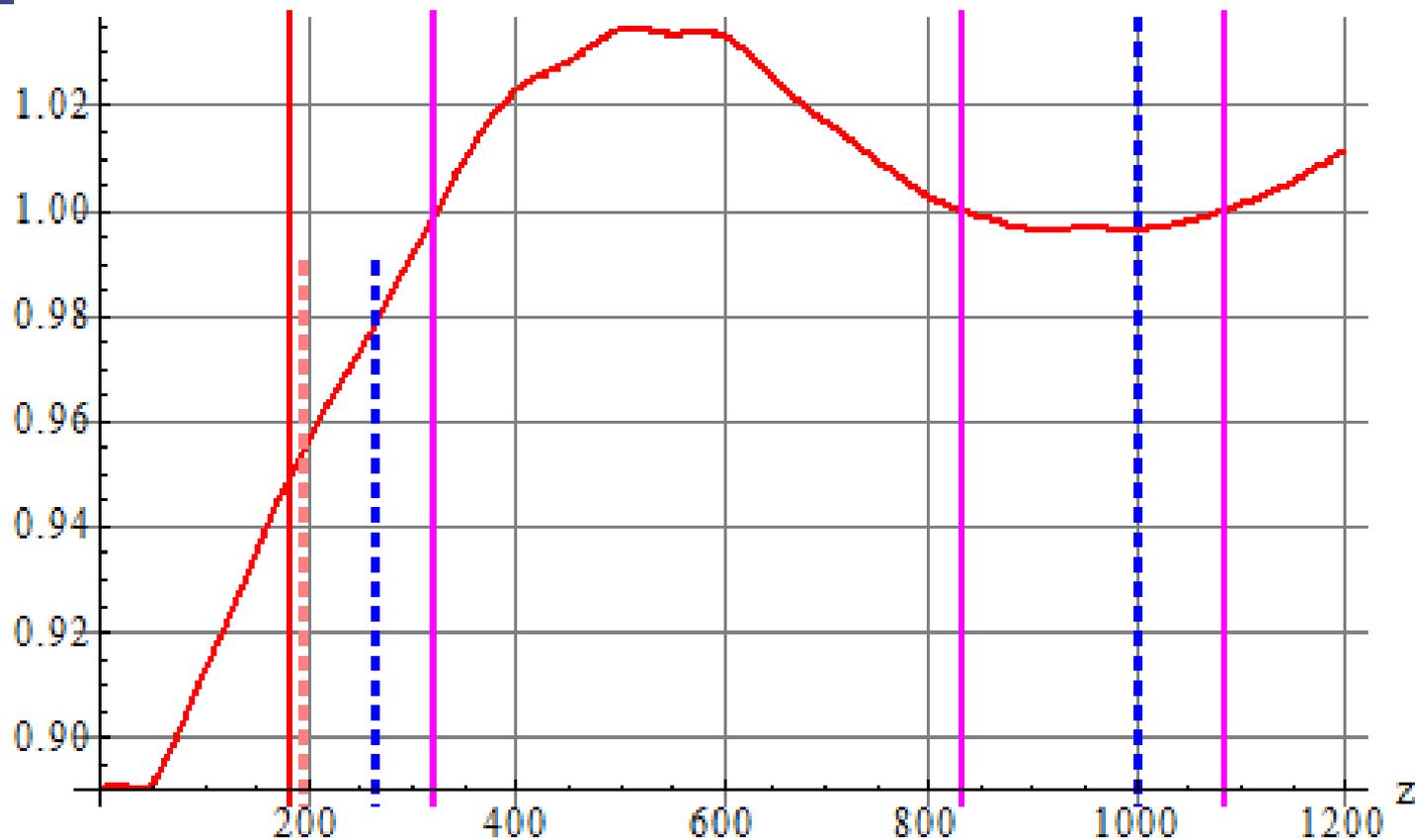
[2]. Иванова А.Р. Опыт верификации численных прогнозов влажности и оценка их пригодности для прогноза зон обледенения воздушных судов. // Метеорология и гидрология. 2009, № 6. Стр. 33-38.

[3]. Богаткин О. Г., Авиационные прогнозы погоды: «БХВ – Петербург», 2010, 288 с.

Далее приводятся результаты расчета зависимости относительной влажности от высоты в подоблачном слое с использованием формулы для профиля относительной влажности и данных наблюдений в Международном аэропорту Новосибирска (Толмачёво) 6 января 2015 г. Данные наблюдений любезно предоставлены Н.А. Барановым, ведущим научным сотрудником Вычислительного центра им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН. Измерения проводились при частичной поддержке РФФИ, грант № 16-07-01072.

$$r(z) = \frac{R_v}{R} \frac{q_0 P(z)}{\exp\left[23.8 - \frac{4157}{T(z) - 33.91}\right]}.$$

$r(z)$



4 часа UTC.

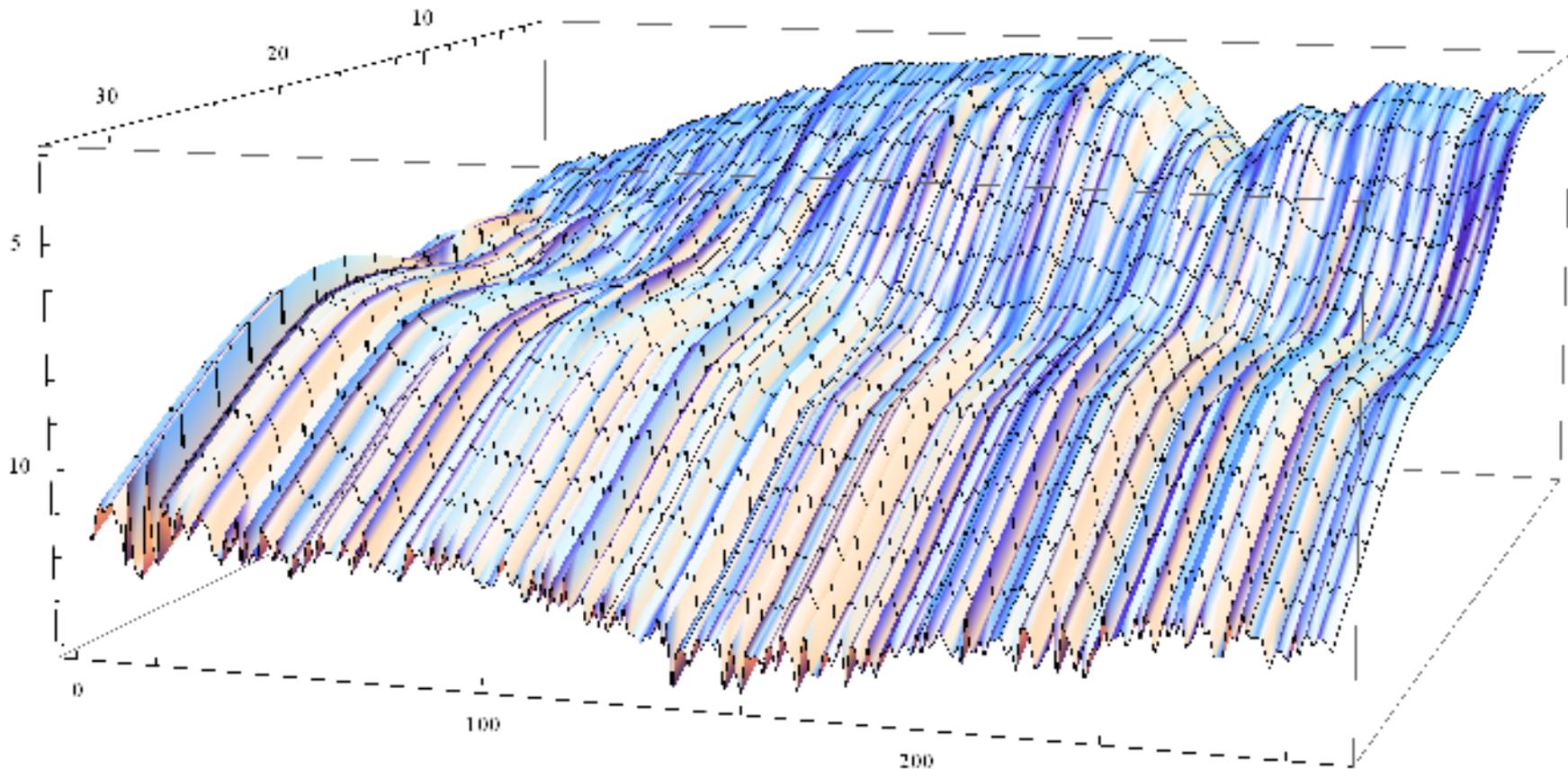
Пунктирная синяя линия справа, соответствует высоте 1000 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности, это соответствует влажности $r = 0,996$,

□ $(r=0,95)=183$ метра (сплошная красная линия),

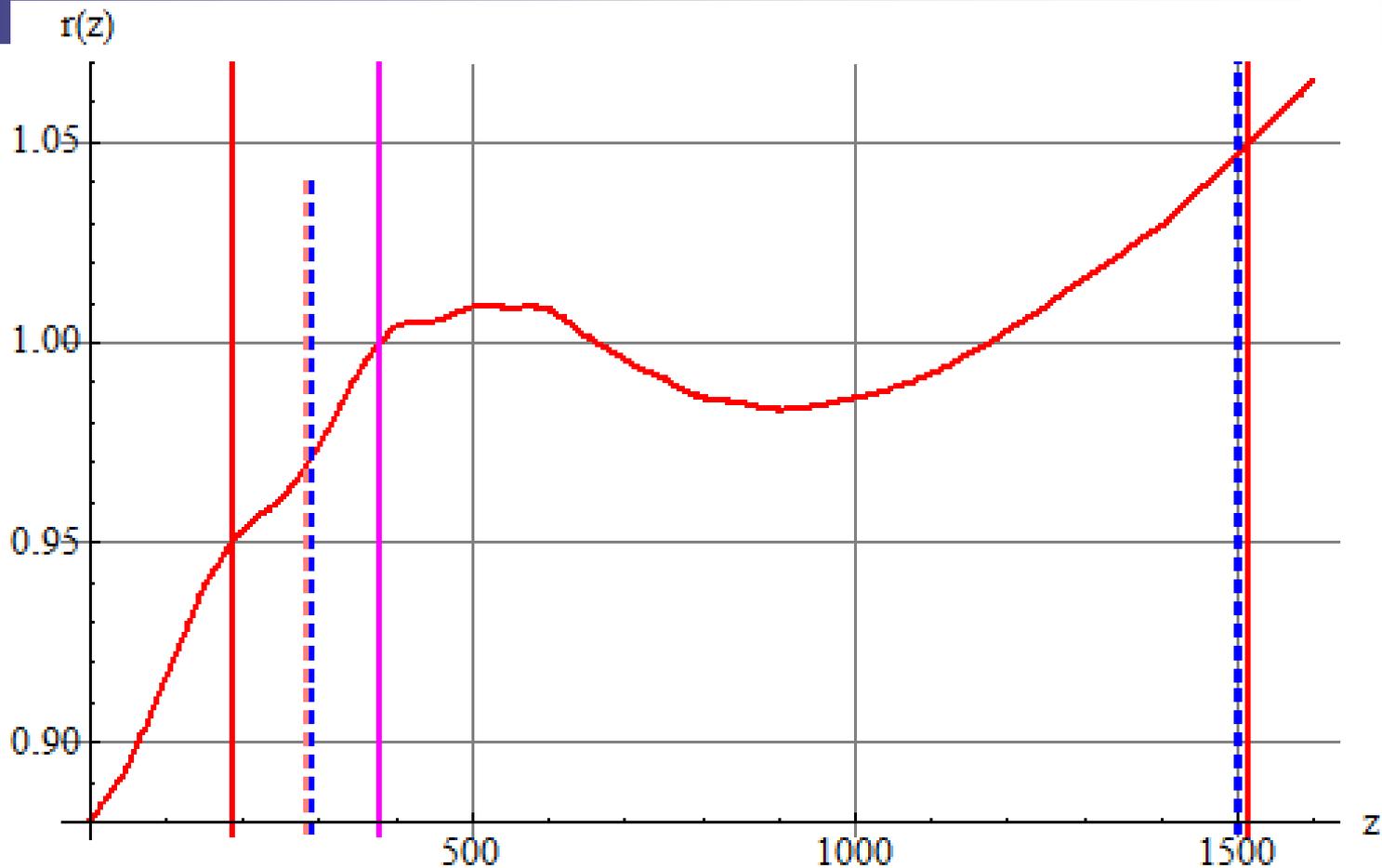
□ $(r=1) = 322$ метра, 832 метра и 1085 метров (сплошная сиреневая линия),

□ Ферр($r=0,948$)=195 метров (короткая пунктирная розовая линия),

□ Ибр($r=0,955$)=264 метра (короткая пунктирная синяя линия).



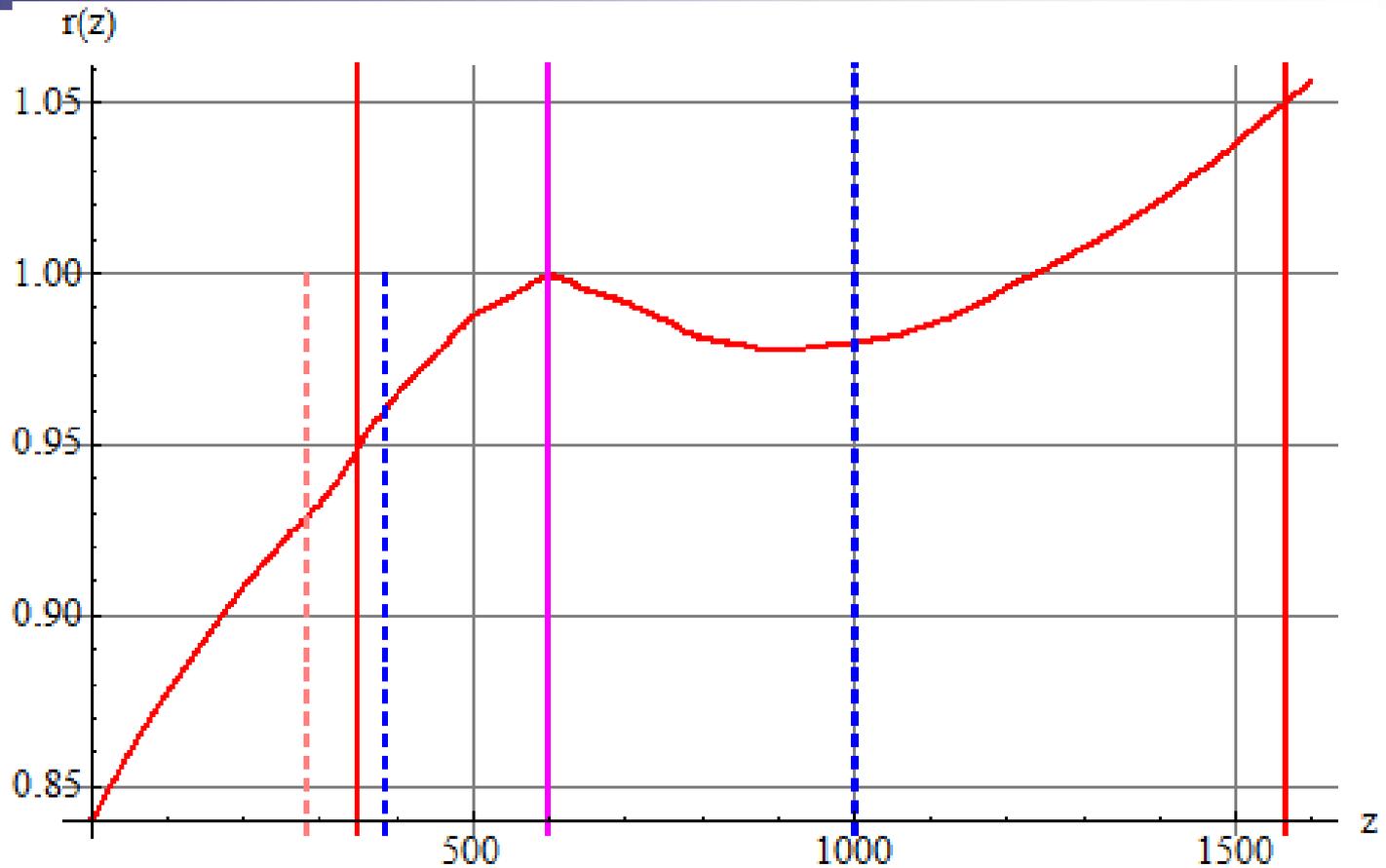
Полный трехмерный график всех данных зависимости температуры от высоты и времени, полученных 6 января 2015 г. По оси абсцисс отложены точки, соответствующие времени в минутах (с интервалом в 5 минут). В течение суток таких точек насчитывается 288. По оси ординат отложены точки, соответствующие высотам (до 100 метров с интервалом в 25 метров, до 1000 метров с интервалом 50 метров, от 1000 до 2000 через 100 метров).



5 часов UTC.

Пунктирная синяя линия, соответствует высоте 1500 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

- $(r=0,95)= 188$ метров (красная линия),
- $(r=1)= 380$ метров (сиреневая линия),
- $(r=1,05)= 1514$ метров (красная линия),
- $\Phi(r=0,9687)=288$ метров (тонкая пунктирная розовая линия),
- $I(r=0,9709)=281$ метров (тонкая пунктирная синяя линия).

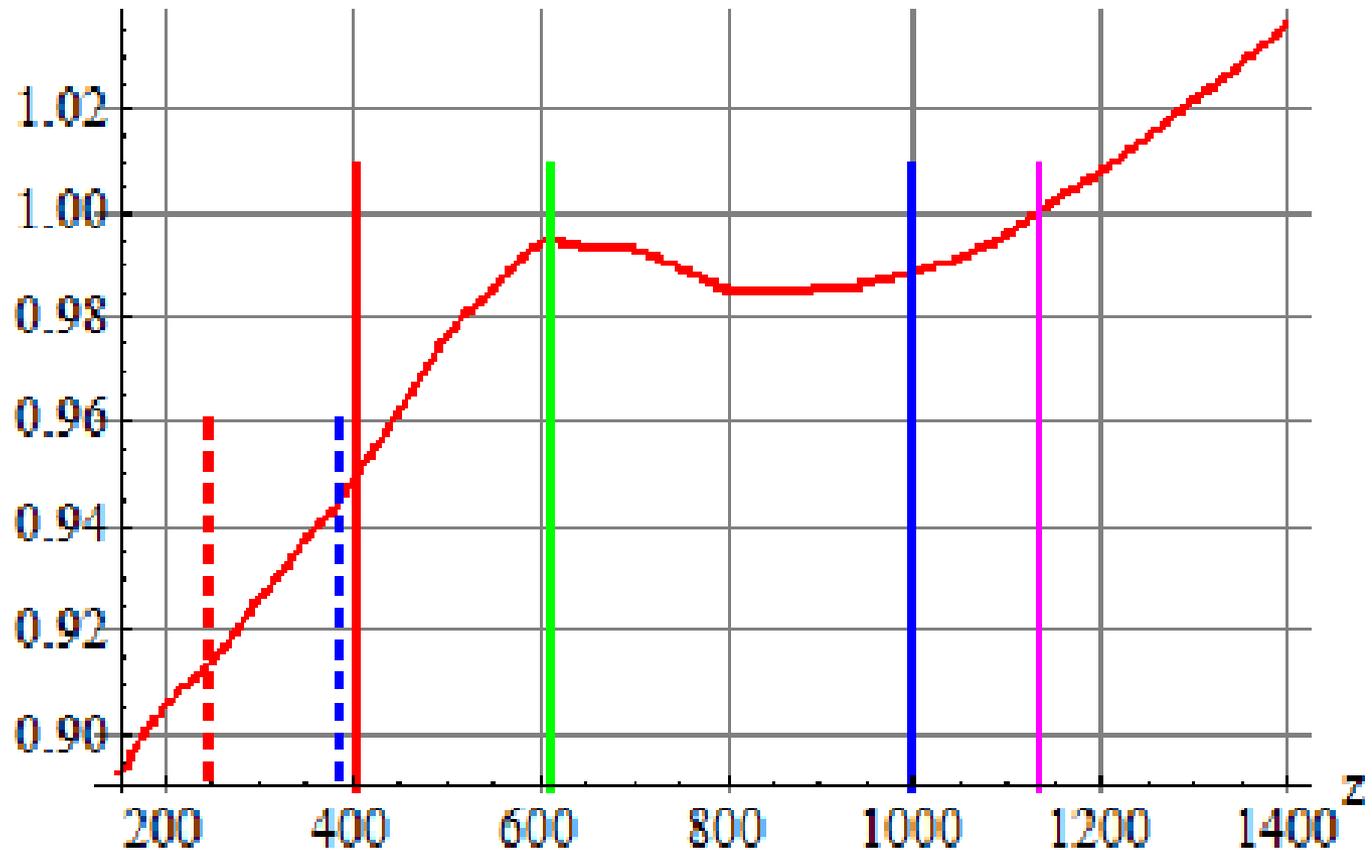


6 часов UTC.

Пунктирная синяя линия (справа), соответствует высоте 1000 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

- $(r=0,95)= 352$ метра (красная линия),
- $(r=1)= 600$ метров (сиреневая линия),
- $(r=1,05)= 1564$ метра (красная линия),
- $\Phi(r= 0.9599)=281$ метр (тонкая пунктирная розовая линия),
- $I(r= 0.9283)=384$ метра (тонкая пунктирная синяя линия).

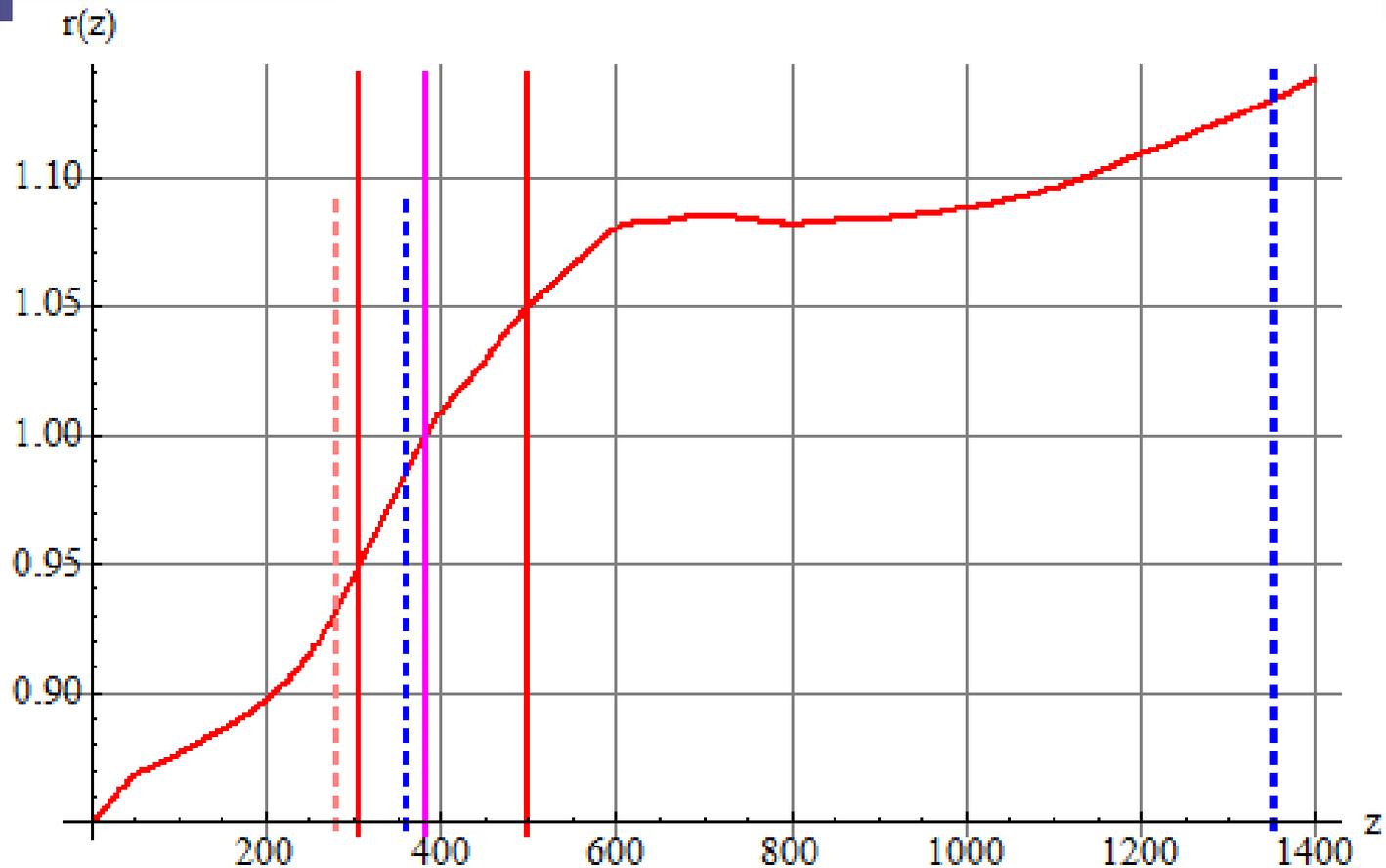
$r(z)$



7 часов UTC.

Пунктирная синяя линия (справа), соответствует высоте 1000 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

- $(r=0,95)= 405$ метров (красная линия),
- $(r=1)= 1133$ метров (сиреневая линия),
- $(r=1,05)= 1476$ метров (красная линия),
- $\Phi(r=0,9129)=281$ метр (тонкая пунктирная розовая линия),
- $I(r=0,94507)=384$ метра (тонкая пунктирная синяя линия).



9 часов UTC.

Пунктирная синяя линия, соответствует высоте 1350 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

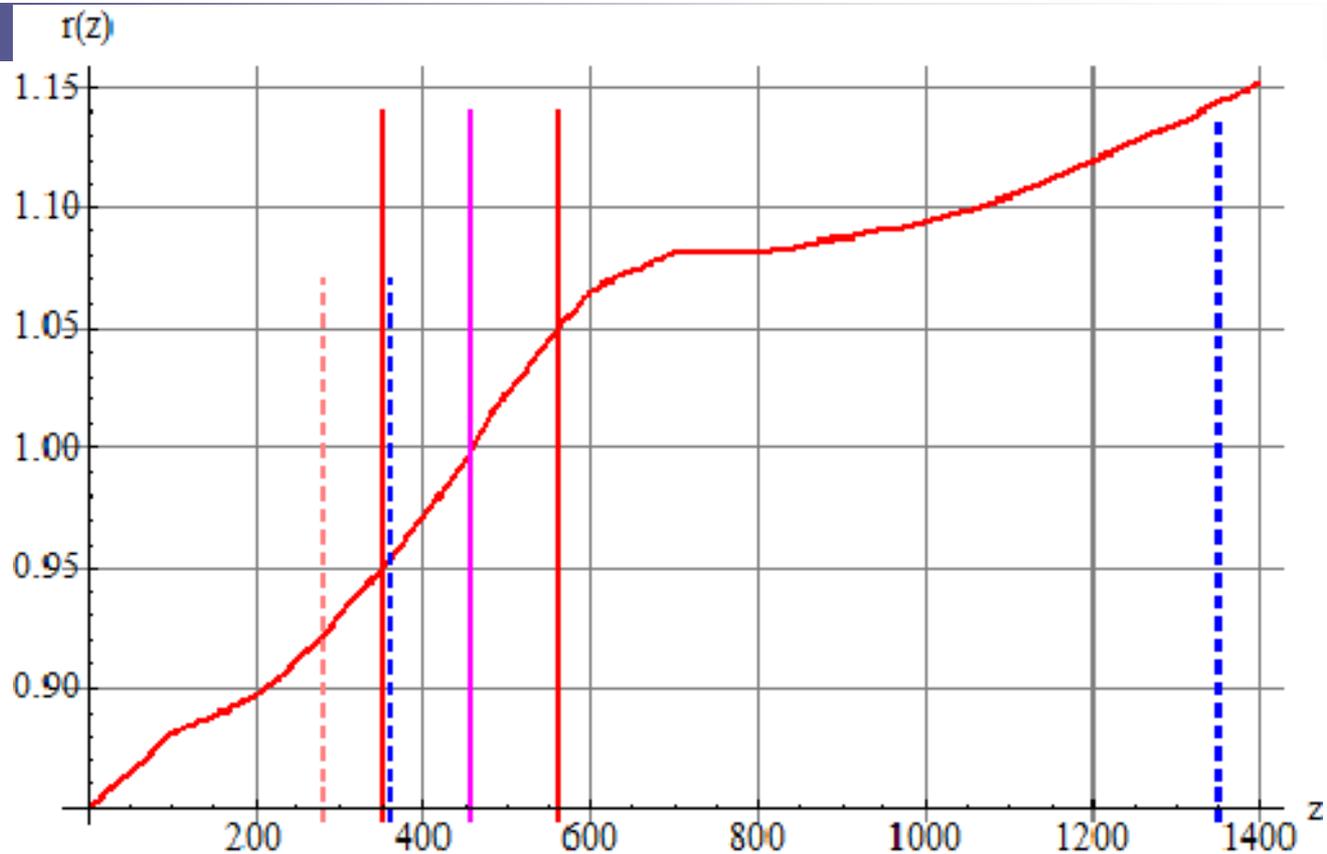
□ $(r=0,95)= 307$ метров (красная линия),

□ $(r=1)= 384$ метров (сиреневая линия),

□ $(r=1,05)= 499$ метров (красная линия),

□ $\Phi(r=0.93248)=281$ метр (тонкая короткая пунктирная розовая линия),

□ $I(r=0.98579)=360$ метра (тонкая короткая пунктирная синяя линия).



10 часов UTC.

Пунктирная синяя линия, соответствует высоте 1350 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

□ $(r=0,95)= 350$ метров (красная линия),

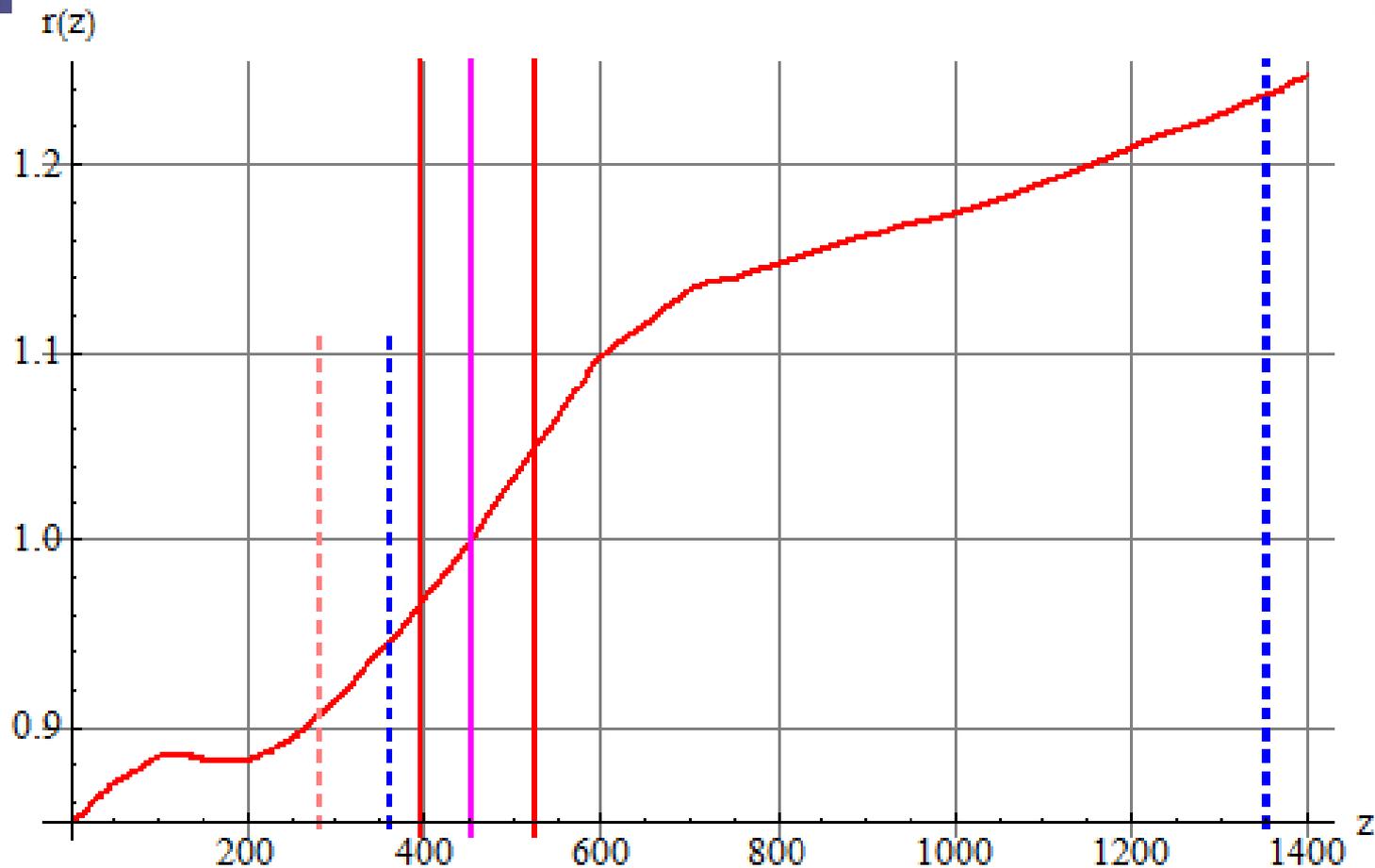
□ $(r=1)= 458$ метров (сиреневая линия),

□ $(r=1,05)= 563$ метров (красная линия),

□ $\Phi(r=0.92259)=281$ метр (тонкая короткая пунктирная розовая линия),

□ $I(r=0.95383)=360$ метра (тонкая короткая пунктирная синяя линия).

16.11.2016 Москва ИКИ

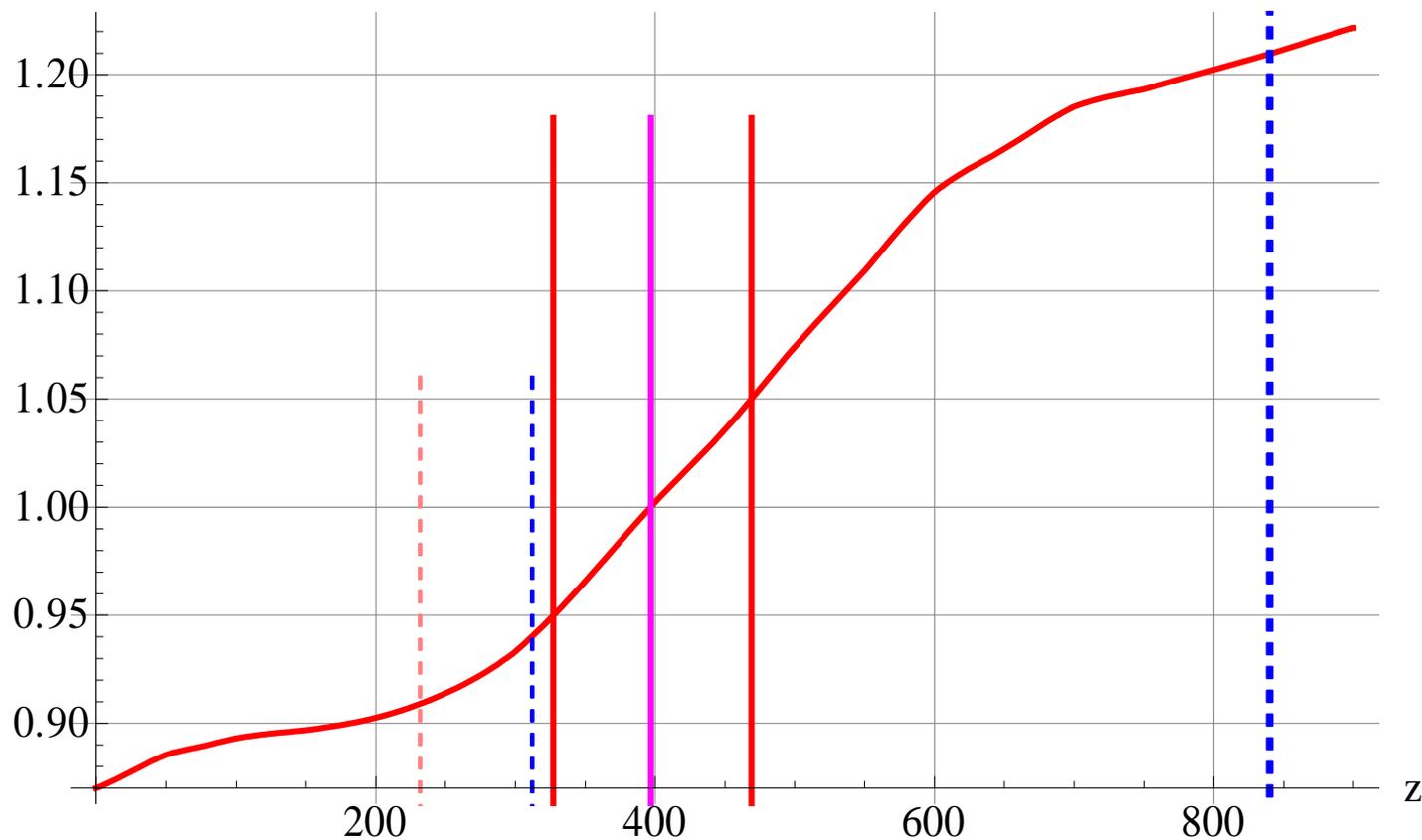


11 часов UTC.

Пунктирная синяя линия, соответствует высоте 1350 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

- $(r=0,95)= 398$ метров (красная линия),
- $(r=1)= 454$ метров (сиреневая линия),
- $(r=1,05)= 526$ метров (красная линия),
- $\Phi(r=0.90666)=281$ метр (тонкая пунктирная розовая линия),
- $I(r=0.94555)=360$ метра (тонкая пунктирная синяя линия).

r | z



12 часов UTC.

Пунктирная синяя линия, соответствует высоте 840 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

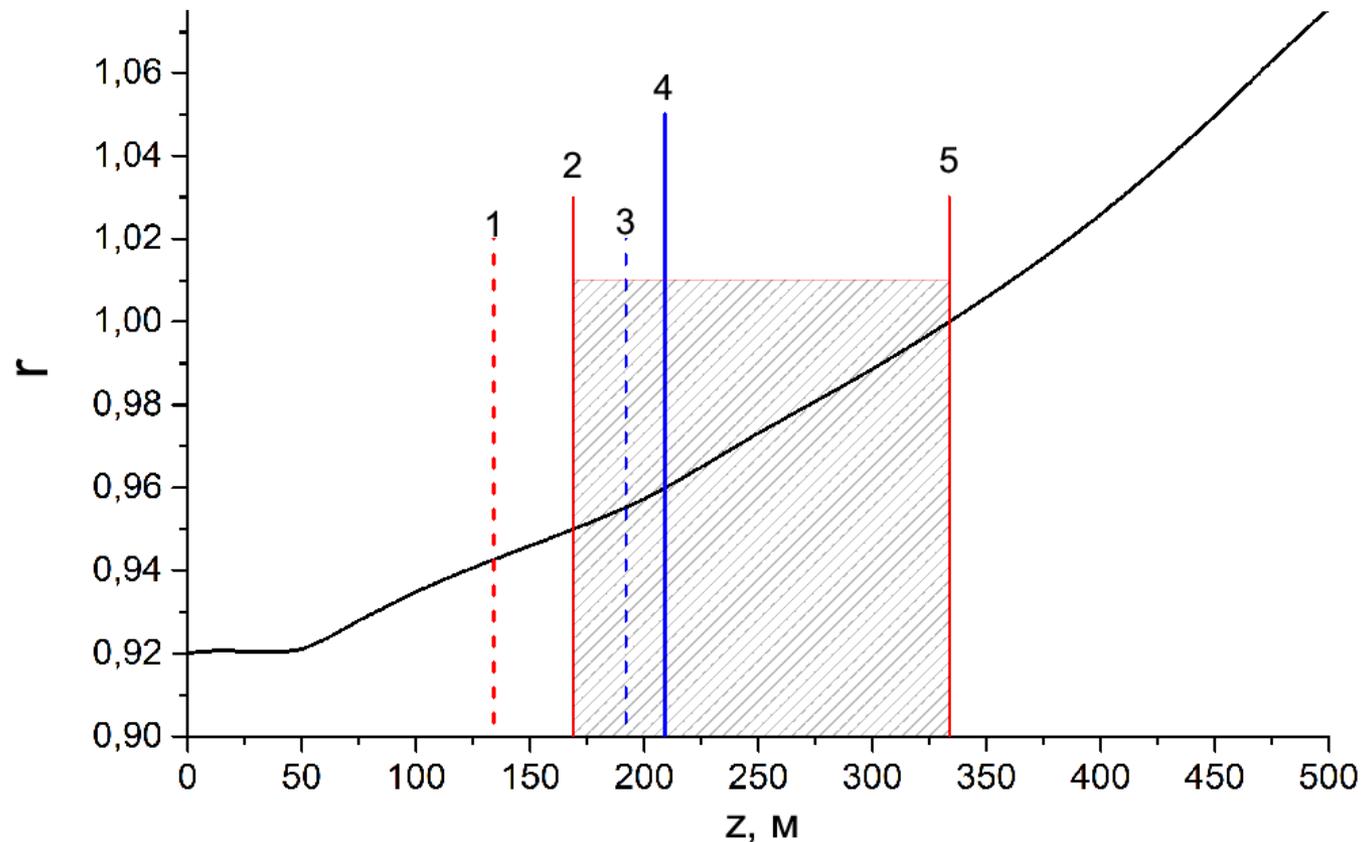
□ $(r=0,95) = 378$ метров (красная линия),

□ $(r=1) = 398$ метров (сиреневая линия),

□ $(r=1,05) = 469$ метров (красная линия),

□ $\Phi(r=0.90905) = 281$ метр (короткая пунктирная розовая линия),

□ $I(r=0.94015) = 312$ метров (короткая пунктирная синяя линия).



18 часов UTC.

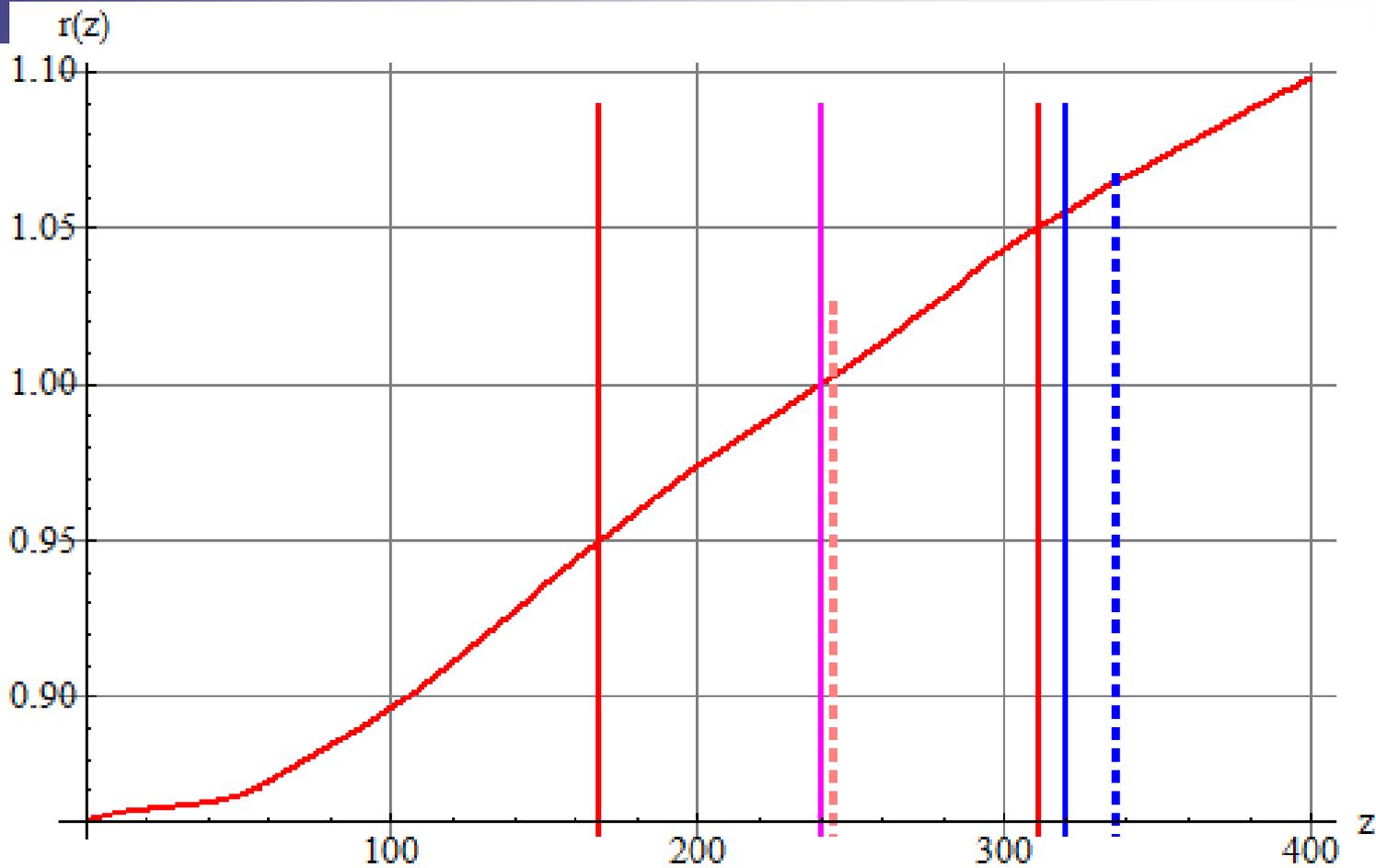
Линия 4, соответствует высоте 210 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности, это соответствует относительной влажности $r = 0,96$,

□ $(r=0,95) = 169$ метров – линия 2,

□ $(r=1) = 334$ метров – линия 5, UTC

□ Ферр $(r=0,948) = 134$ метра – линия 1,

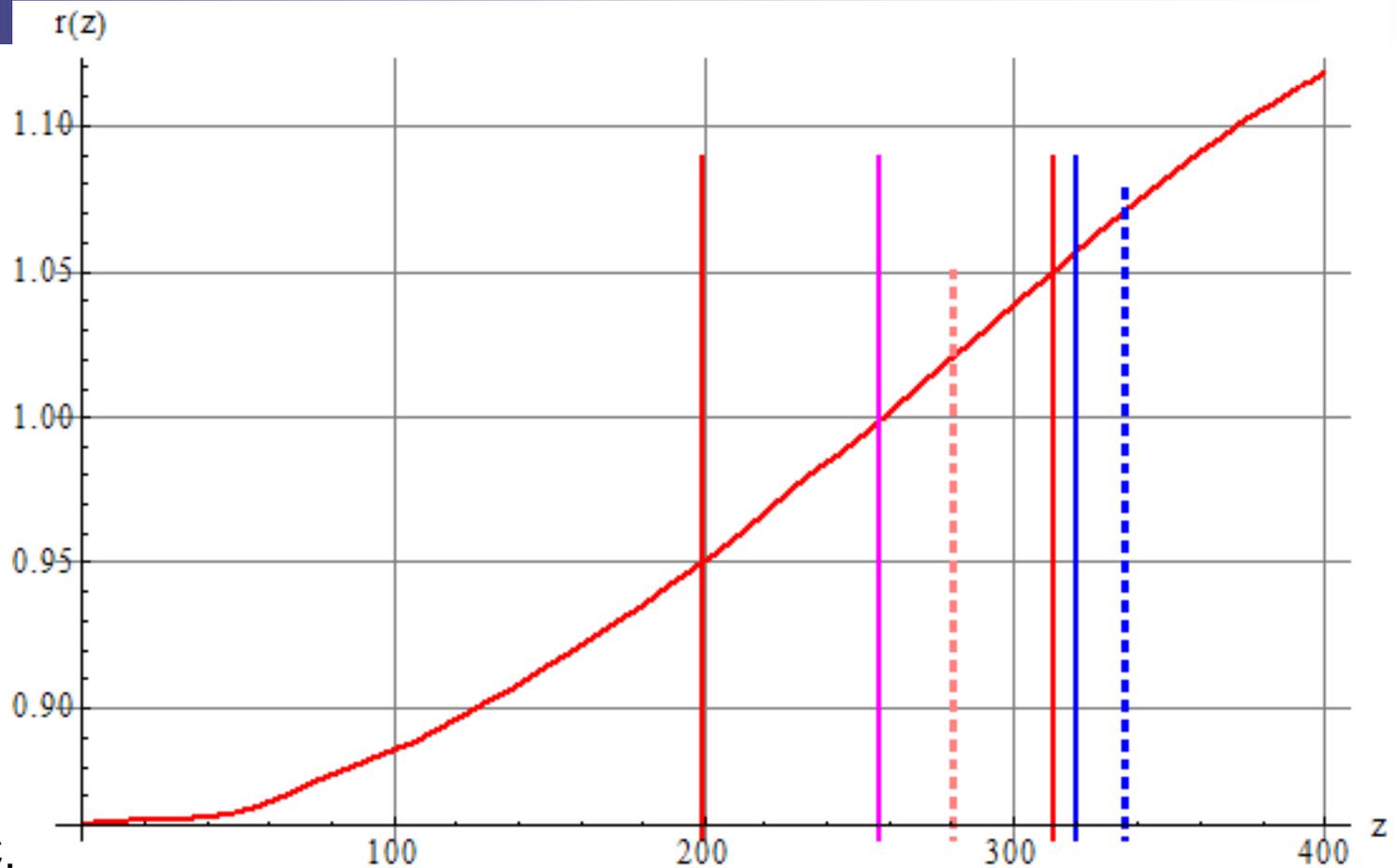
□ Иппол $(r=0,955) = 192$ метра – линия 3.



22 часа UTC.

Синяя линия, соответствует высоте 320 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

- $(r=0,95)=168$ метров (тонкая розовая линия),
- $(r=1)=240$ метров (сиреневая линия),
- $(r=1,05)=311$ метров (тонкая розовая линия),
- $\Phi(r=1,0024)=244$ метра (пунктирная сиреневая линия),
- $I(r=1,065)=336$ метра (пунктирная синяя линия).



23 часа UTC.

Синяя линия, соответствует высоте 320 метров, на которой наблюдалась нижняя кромка облачности,

- $(r=0,95)= 199$ метров (красная линия),
- $(r=1)= 257$ метров (сиреневая линия),
- $(r=1,05)= 313$ метров (красная линия),
- $\Phi(r=1,0208)=281$ метр (короткая пунктирная розовая линия),
- $\text{И}(r=1,0712)=336$ метра (короткая пунктирная синяя линия).

Вертикальные адиабатические распределения температуры в в насыщенном влажном воздухе (сплошная линия) и в сухом воздухе (пунктирная линия).

$$\gamma_P = \frac{1}{P_m} \frac{dP_m}{dz} = -\frac{g}{RT_m},$$

$$\gamma_\rho = d\rho_m / \rho_m dz = -gc^{-2},$$

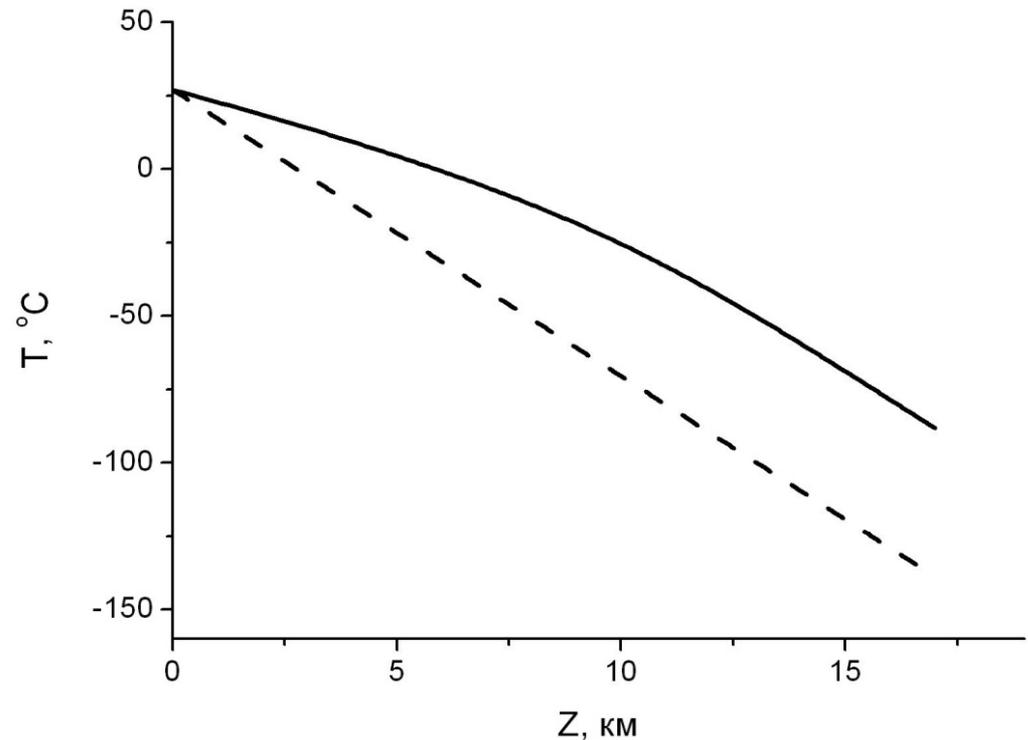
$$\gamma_T = \frac{dT_m}{dz} = -\frac{g}{Rc_pK} \left(R + \frac{Lq_m}{T_m} \right),$$

$$\gamma_q = \frac{dq_m}{q_m dz} = -\frac{g}{RT_mK} \left(\frac{R}{R_v} \frac{L}{c_p T_m} - 1 \right),$$

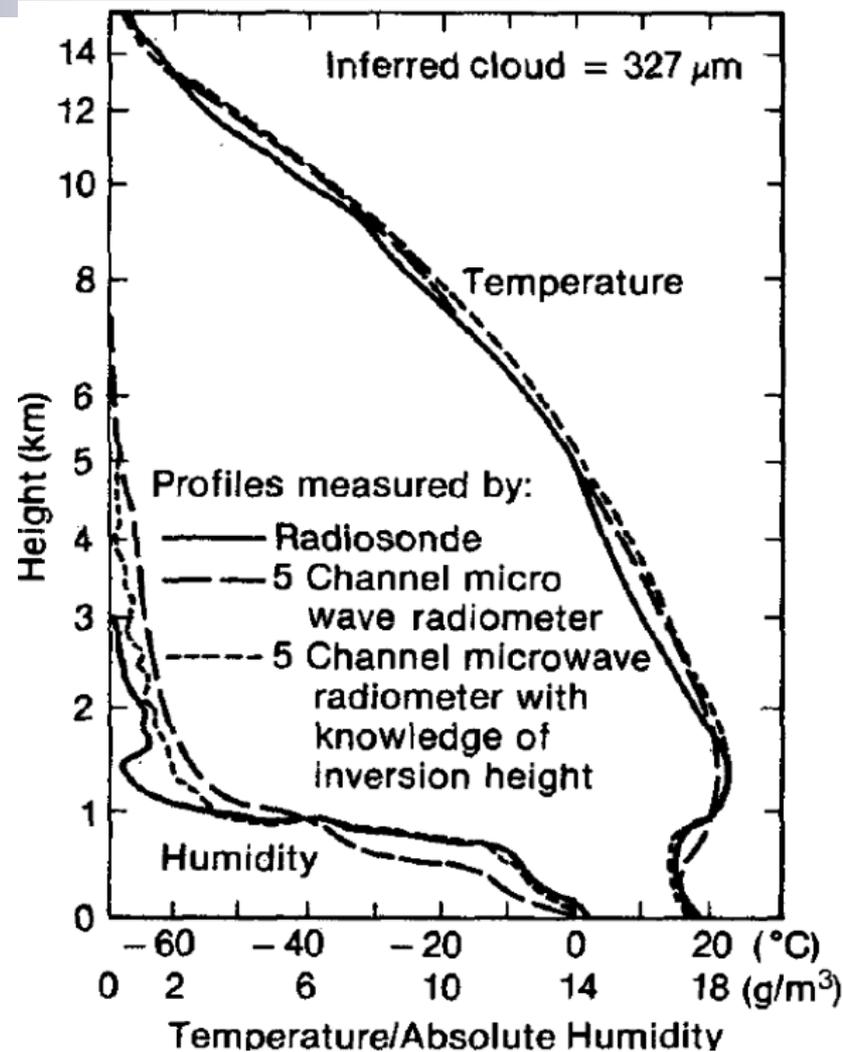
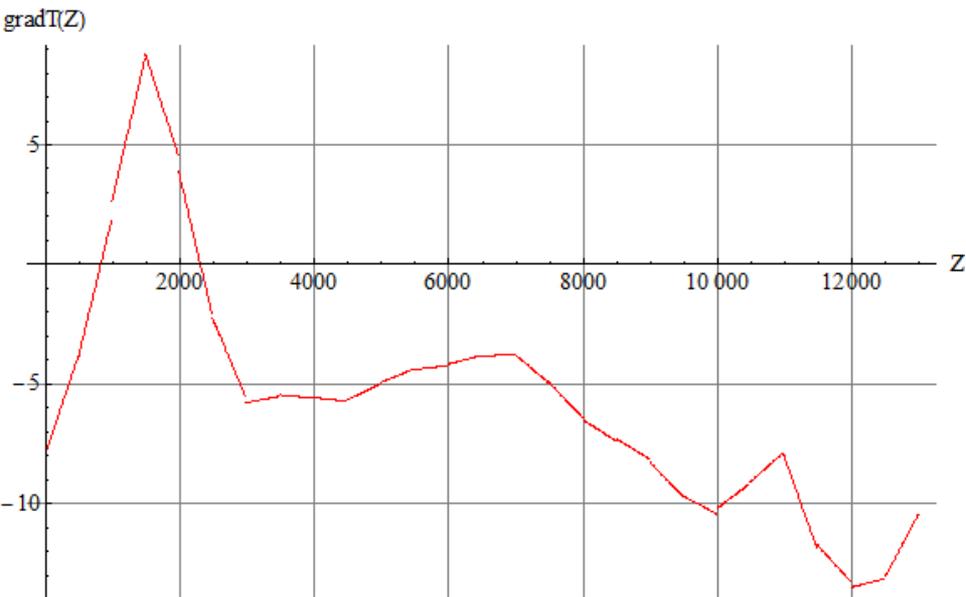
$$\gamma_E = \frac{dE}{Edz} = -\frac{gL}{R_v c_p T_m^2 K} \left(1 + \frac{Lq}{RT_m} \right),$$

$$c^2 = \frac{dP_m}{d\rho_m} = RT_mK / \left(\frac{c_V}{c_P} - \frac{Lq}{c_P T_m} + \frac{L^2 q_m}{c_P R_v T_m^2} \right),$$

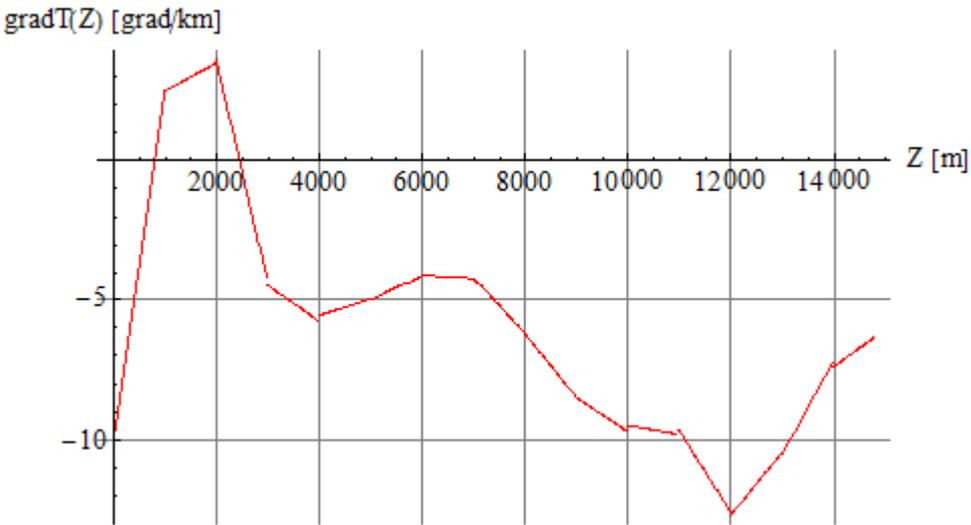
$$K = 1 + \frac{L^2 q_m}{c_P R_v T_m^2}.$$



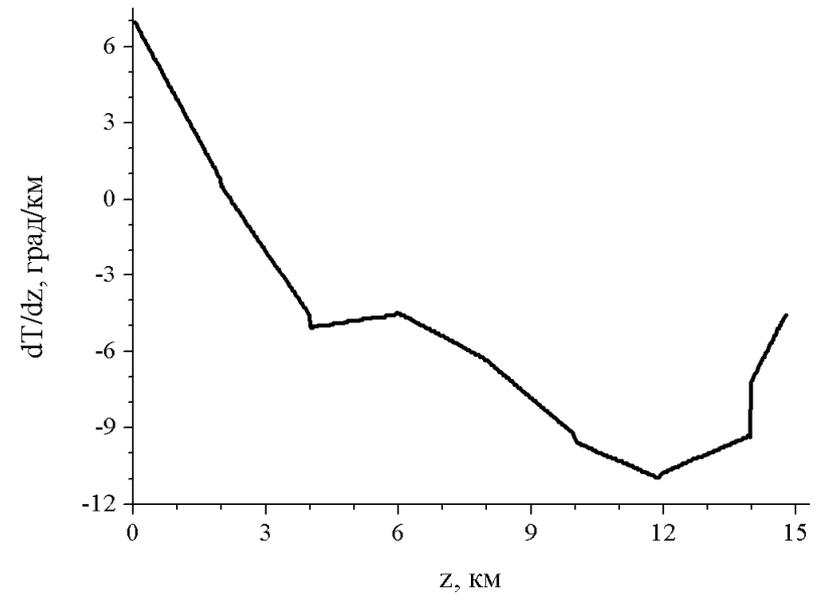
В [Hogg D. C. et al, 1983: An Automatic Profiler of the Temperature, Wind and Humidity in the Troposphere. J. Climate Appl. Meteor., 22, 807–831.] рассмотрены эксперименты в Point Mugu (Калифорния) для февраля 1976 г. (по оси ординат отложена высота в километрах). Эти измерения были обработаны и получен вертикальный градиент температуры.



Градиент вертикального распределения температуры. Эшелоны высот по 0,5 километра.

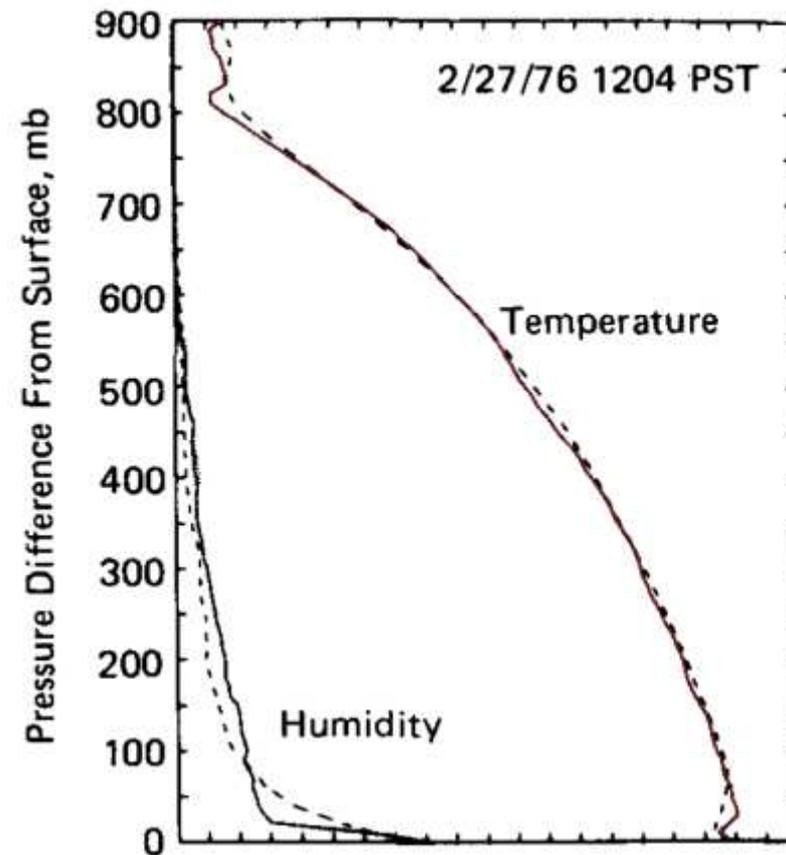
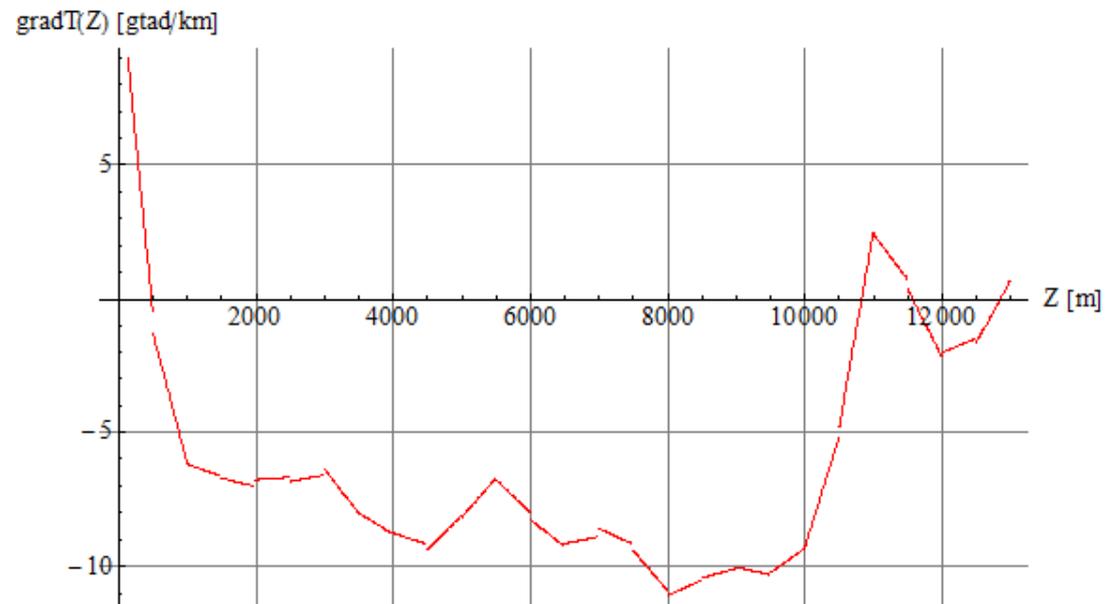


Градиент вертикального
распределения температуры.
Эшелоны по 1 километру

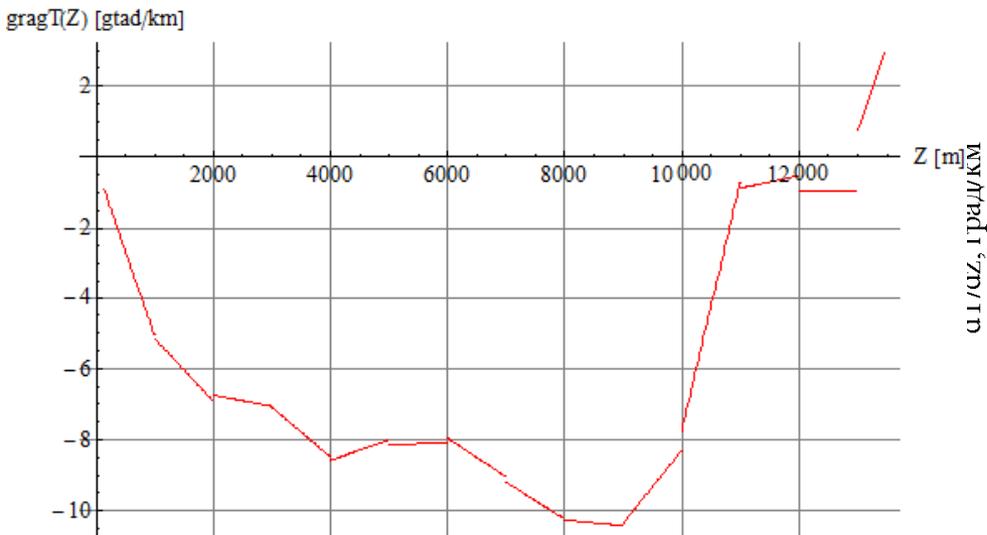


Градиент вертикального
распределения температуры.
Эшелоны по 2 километра.

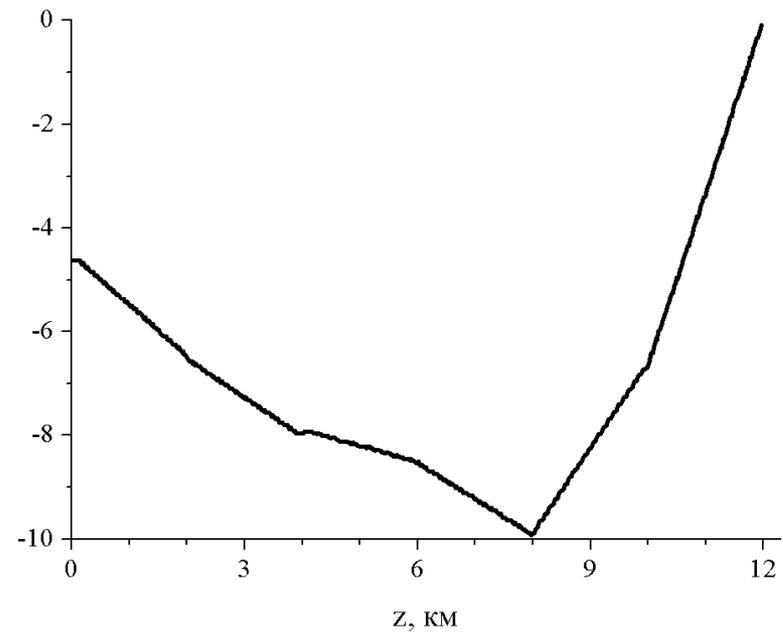
Рисунок 2 из [Decker, M. T., E. R. Westwater, F. O. Guiraud, Experimental Evaluation of Ground-Based Microwave Radiometric Sensing of Atmospheric Temperature and Water Vapor Profiles. 1978, 17, 1788–1795.]



Аппроксимация градиента температуры рисунка 2. Эшелоны высот по 0,5 км.



Аппроксимация градиента температуры рисунка 2. Эшелоны по 1 км.



Аппроксимация градиента температуры рисунка 2. Эшелоны по 2 км.

Рисунок 19 из [Погосян Х.П. Общая циркуляция атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1972. 394 с.].

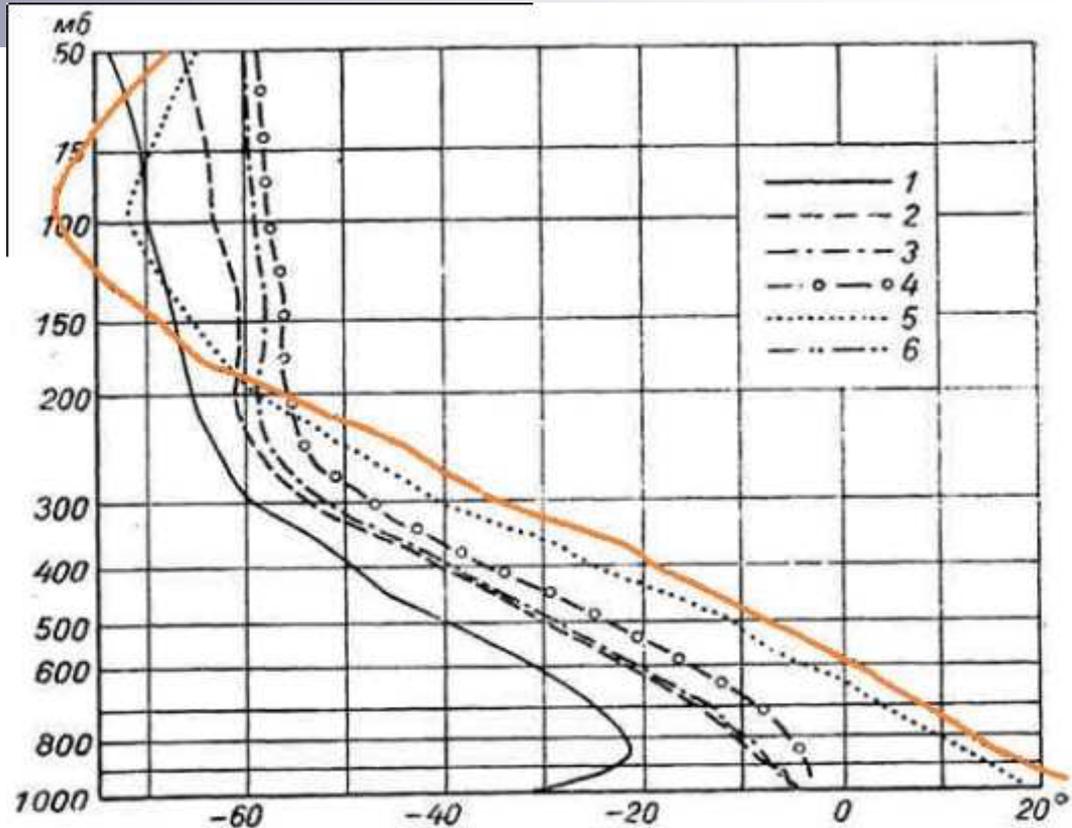
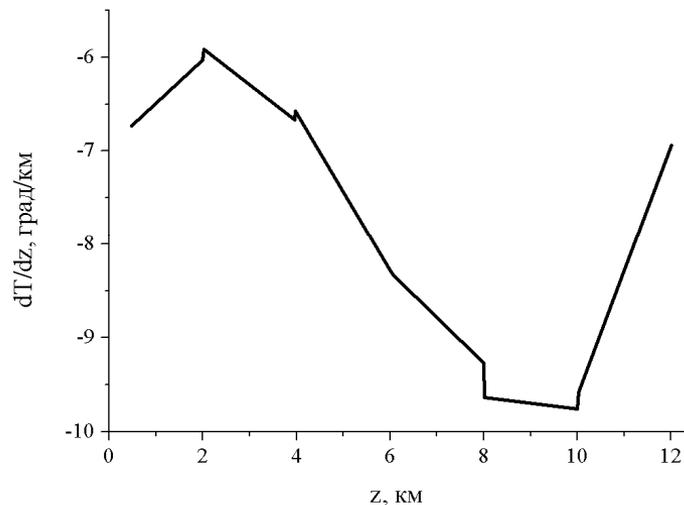


Рис. 19. Распределение температуры с высотой над различными широтами между станциями СП-4, СП-5 и Аденом зимой. 1 — СП-4, СП-5; 2 — Мурманск; 3 — Москва; 4 — Ереван — Тбилиси; 5 — Бахрейн; 6 — Аден.



Аппроксимация градиента температуры с рисунка 19. Аден (12°47' N, 45°1' E). Эшелоны по 2 км.