

XXI.A.213 Градиентная морфология в оценивании параметров объектов в изображениях



Е.Н. Терентьев, М.В. Махнюк, Е.Д. Балабан, Д.Р. Романов, И.А. Шацков
Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, en.teren@physics.msu.ru;



Методы Градиентной Морфологии (ГМ) основываются на Конечной-Мерной Теореме Отсчетов (КМТО). В работе приводятся реализации методов ГМ, кратко рассматриваются модели векторных шаблонов искомым объектов и необходимость отфильтровывания одиночных точек в изображении **(AIP)**.

1D КМТО от линейной алгебры к матанализу (AIP)

1D Теорема (Терентьев): даны 3 объекта: массив (строка) отсчетов $D=f(x_0)$ и две матрицы: с ортонормированным базисом Фурье (в строках) $H=H^{(0)}(x_0)$, $x_0=0 : N-1$ и матрица Фурье гармоник $H^{(n)}(x)$, $x=0 : dx : N-dx$, тогда “непрерывная” функция $dx < 1$

$$f^{(n)}(x) = (H D')' H^{(n)}(x) \text{ (AIP)}$$

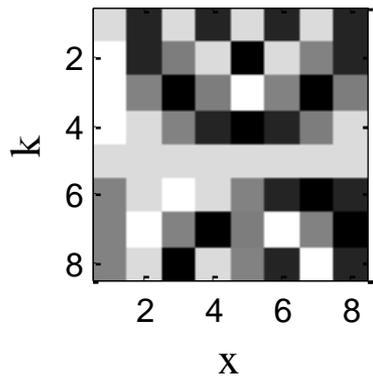
при $n = 0$ проходит через точки отсчетов $D=f(x_0)=f^{(0)}(x_0)$.

Фурье гармоники базиса

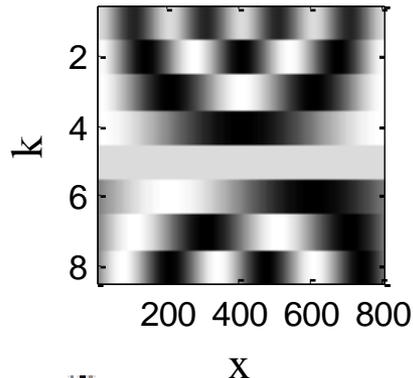
Интерполяция

Дифференцирование

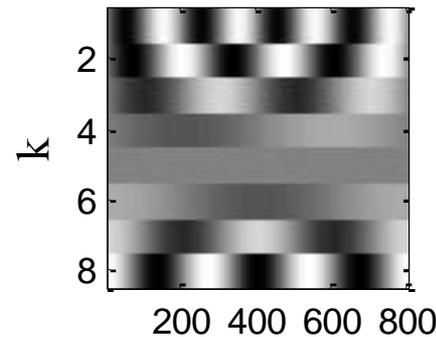
Интегрирование



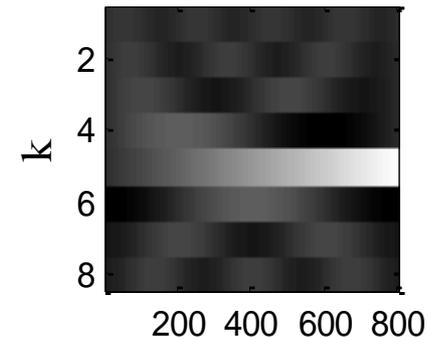
$H^{(0)}(x_0), N=8, dx=1$



$H^{(0)}(x), N=8, dx=0.01$



$H^{(1)}(x), N=8, dx=0.01$



$H^{(-1)}(x), N=8, dx=0.01$

1D КМТО продолжение

В $f^{(n)}(x)$ внутри скобок $(H D)'$ мы вычисляем столбец Фурье коэффициентов или реализуем Прямое ПФ в строку Фурье коэффициентов с учетом транспонирования $()'$. Далее мы реализуем ряд Фурье с Фурье гармониками $H^{(n)}(x)$.

Если ряд Фурье мы будем реализовать с базисными векторами H , то мы возвратимся к исходным отсчетам $D=f(x_0)=f^{(0)}(x_0)$ потому, что H – унитарная матрица $H^{-1} = H'$.

Если ряд Фурье мы реализуем с гармониками $H^{(n)}(x)$, то при $n > 0$ мы вычислим производную n -го порядка, а при $n < 0$ мы вычислим интеграл n -го порядка от массива чисел D !!!

Во всех случаях ($n=0$, $n > 0$, $n < 0$) результат может быть “непрерывным” при оцифровке Фурье гармоник $H^{(n)}(x)$ с малым шагом $dx < 1$.

Интегральные суммы и конечно-мерные разности отсутствуют !!!

3D КМТО в операциях Теории Поля (AIP)

3D Теорема (Терентьев): даны 3 объекта: 3D массив отсчетов $D=f(x_0, y_0, z_0)$ и две матрицы: с ортонормированным базисом Фурье (в строках) $H=H^{(0)}(x_0)$, $x_0=0 : N-1$ и матрица Фурье гармоник $H^{(n)}(x)$, $x=0 : dx : N-dx$, тогда “непрерывная” функция $dx < 1$

$$f^{(n_x, n_y, n_z)}(x, y, z) = \sum_{k_x, k_y, k_z=1}^N c_{k_x, k_y, k_z} * H^{(n_x)}(k_x, x) * H^{(n_y)}(k_y, y) * H^{(n_z)}(k_z, z), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c_{k_x k_y k_z} &= (f(x_0, y_0, z_0), H^{(0)}(k_x, x_0) * H^{(0)}(k_y, y_0) * H^{(0)}(k_z, z_0)) = \\ &= \sum_{x_0, y_0, z_0=1}^N f(x_0, y_0, z_0) * H^{(0)}(k_x, x_0) * H^{(0)}(k_y, y_0) * H^{(0)}(k_z, z_0), \quad k_x, k_y, k_z = 1 : N. \quad (2) \end{aligned}$$

при $n_x=0$, $n_y=0$, $n_z=0$ проходит через точки отсчетов

$$D=f(x_0, y_0, z_0) = f^{(0,0,0)}(x_0, y_0, z_0).$$

3D КМТО продолжение

Скалярные произведения (2) реализуют 3D Прямое ПФ, а рядами Фурье реализуется нужная (n_x, n_y, n_z) 3D операция с интерполяцией, если $dx < 1$.

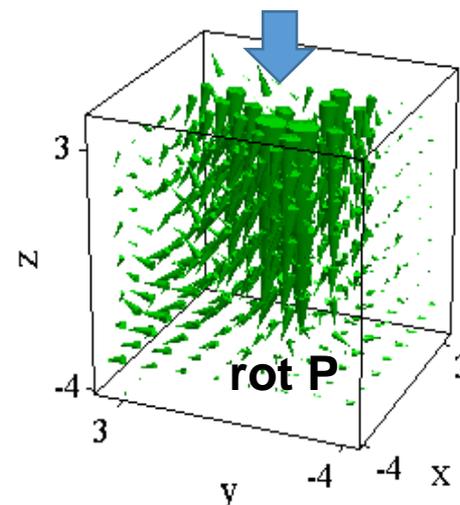
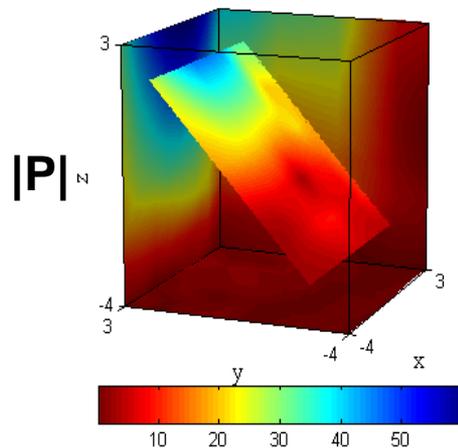
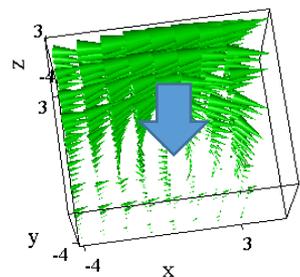
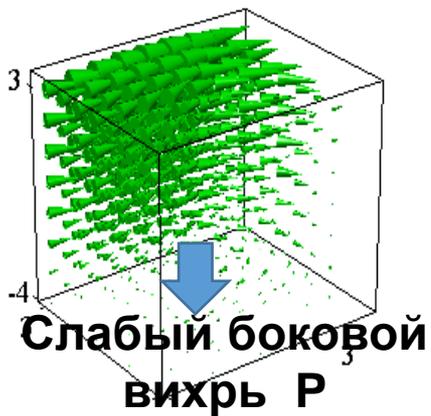
При $(n_x, n_y, n_z) = (0, 0, 0)$ и $dx = 1$ в (1) реализуется Обратное ПФ к исходному 3D массиву данных $D = f(x_0, y_0, z_0) = f^{(0,0,0)}(x_0, y_0, z_0)$.

$$\text{grad } D(x, y, z) = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} D, \frac{\partial}{\partial y} D, \frac{\partial}{\partial z} D, \right\} = \left\{ f^{(1,0,0)}(x, y, z), f^{(0,1,0)}(x, y, z), f^{(0,0,1)}(x, y, z) \right\}$$

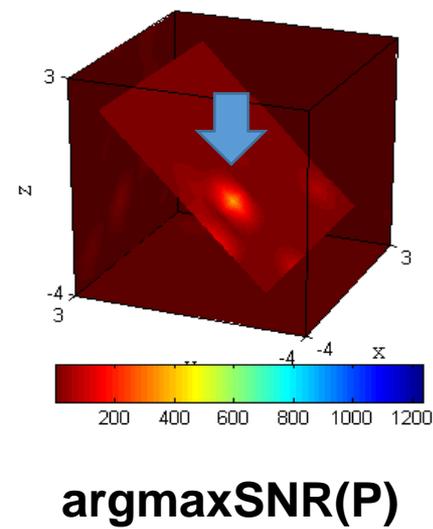
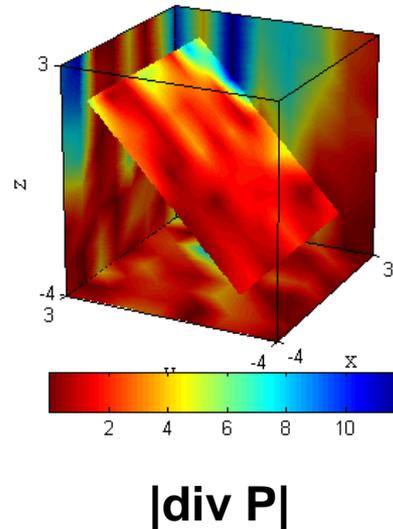
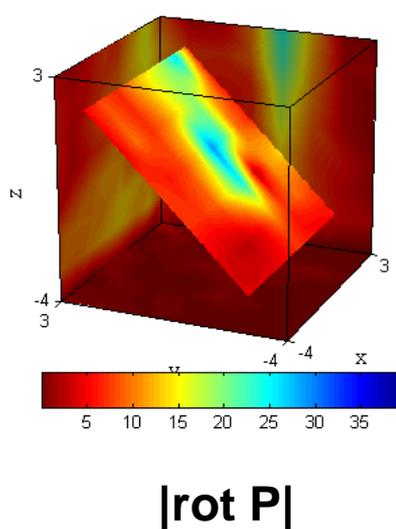
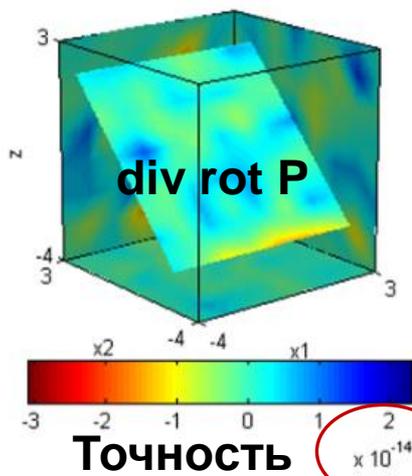
Аналогично реализуются другие операции теории поля: *div* и *rot*.

Все операции Теории Поля реализованы на Мат Лабе в Защищенном Режиме, т.е. без краевых эффектов из-за ФП.

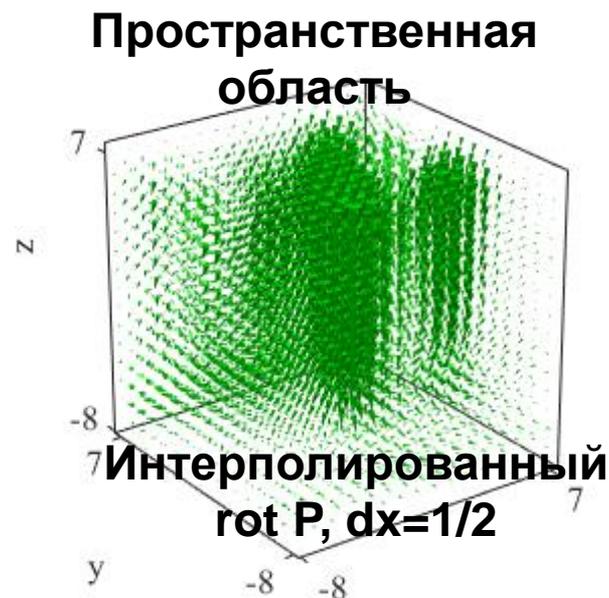
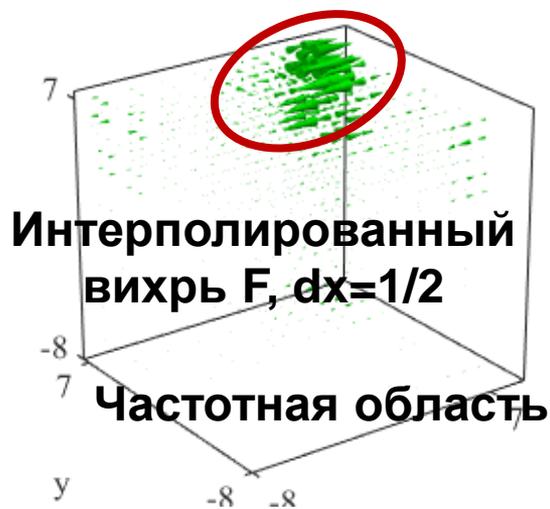
Локализация вихря с его осью вращения, отношение SNR

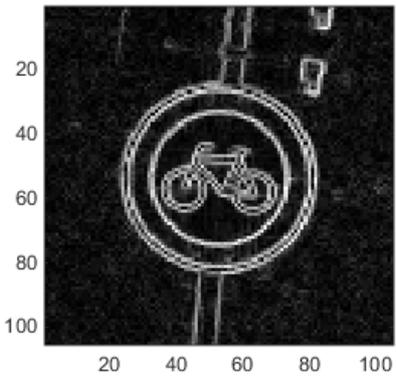
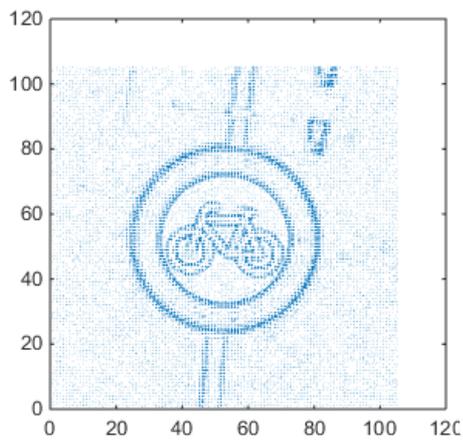
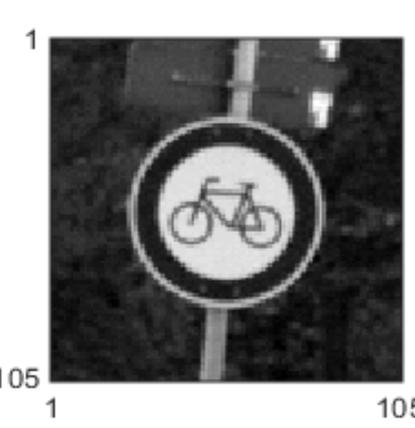


$$\text{SNR}(P) = |\text{rot } P| / |\text{div } P|$$



Интерполяции и вихри в частотной области





Основные понятия ГМ

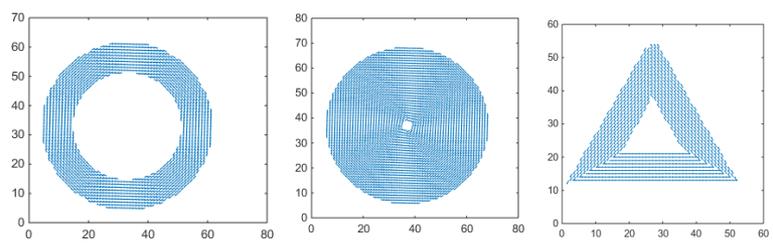
$$SNR(f|X) = [f_c]^2 / [f_s]^2$$

$$aSNR(f|X) = \text{atan2}([f_c], [f_s])$$

В фрагмент - ДЗ в синем

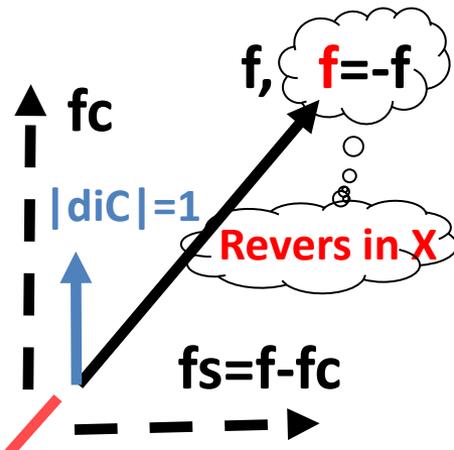
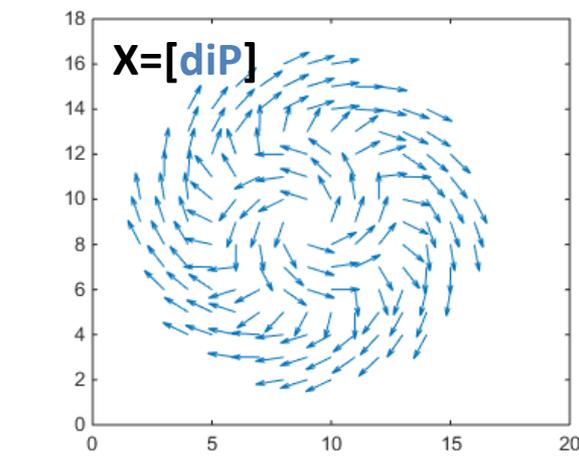
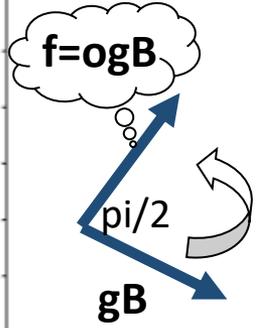
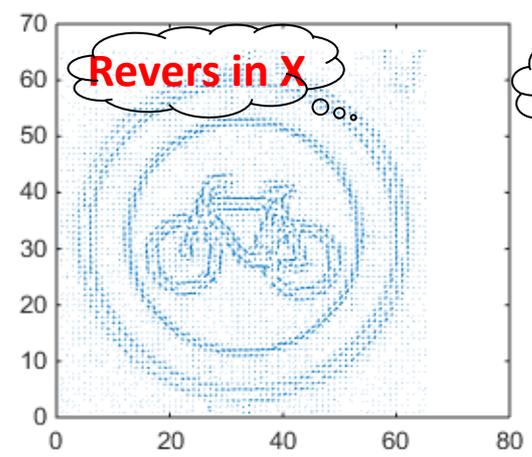
$gB = \text{grad } B$

$|gB| = |ogB|$



COS f_c и SIN f_s проекции на diC направления в $X = [diC]$

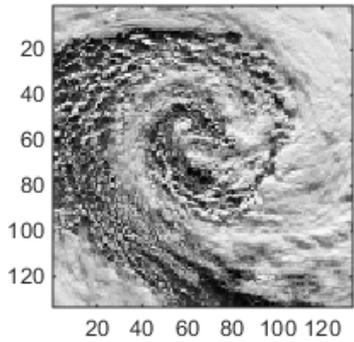
Шаблоны $X = [diC], [diT], [diR]$



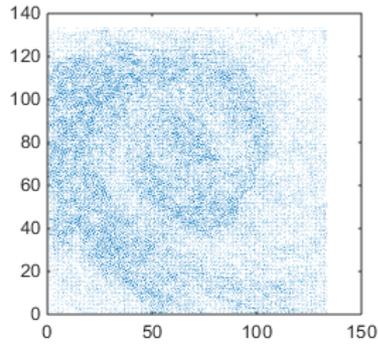
Координаты объекта $(x_0, y_0) = \text{argmax} SNR(f|X)$, области S – сканированием шаблоном X

ogB is the rotation of gB on $\pi/2$

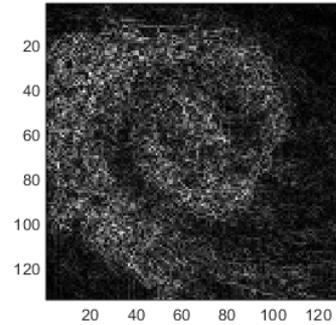
Вихри в космических снимках



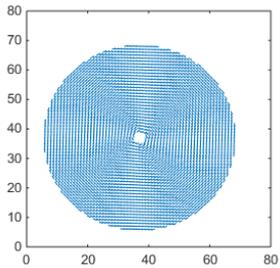
Vortex B



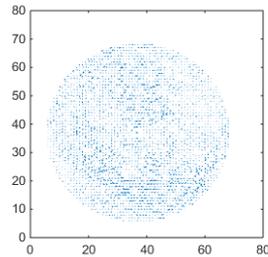
$gB = \text{grad } B, f = \text{og}B$



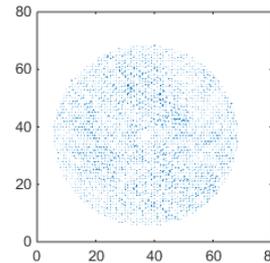
$|gB| = |\text{og}B|$



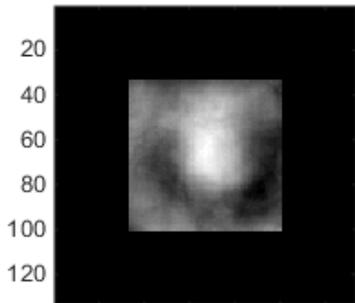
Template=[diC]



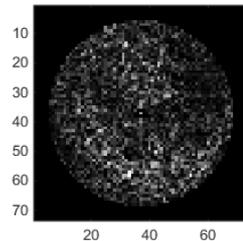
Signal fc



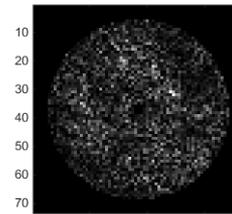
Noise fs



$\text{SNR}(\text{og}B|X) \text{ in } S$



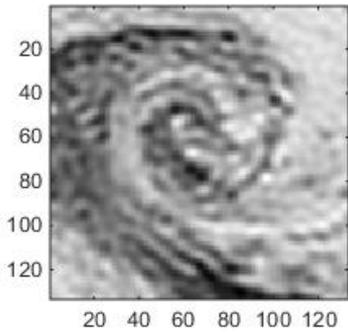
$|fc|$



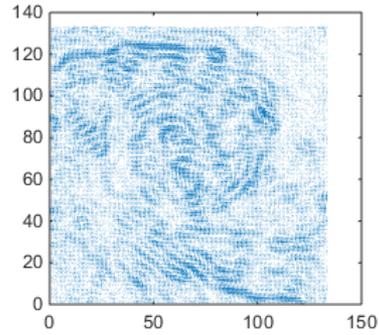
$|fs|$

**In 100%
frequency
band**

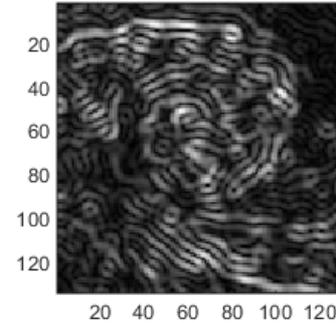
Вихри в космических снимках



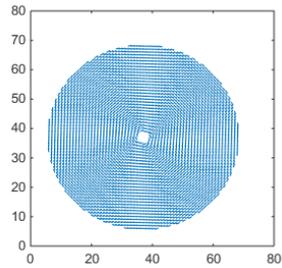
30% LF B



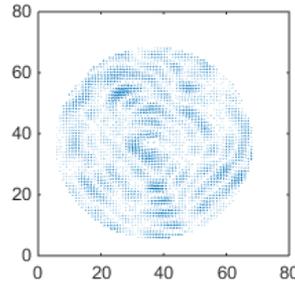
$gB = \text{grad } B, f = \text{og}B$



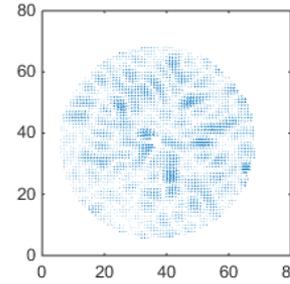
$|gB| = |\text{og}B|$



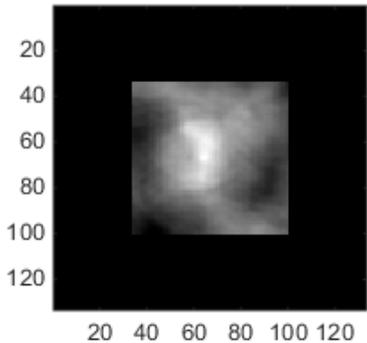
Шаблон $X = [diC]$



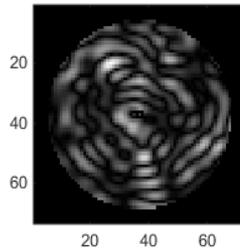
Signal f_c



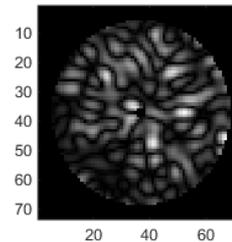
Noise f_s



$\text{SNR}(\text{og}B|X) \text{ in } S$



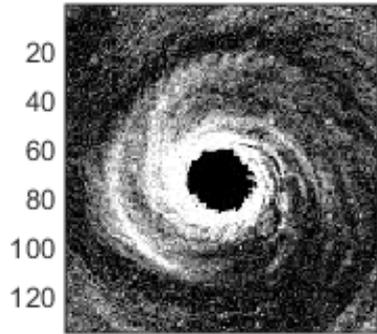
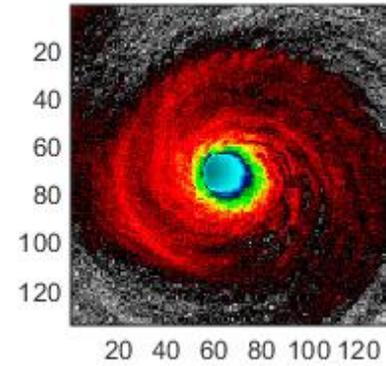
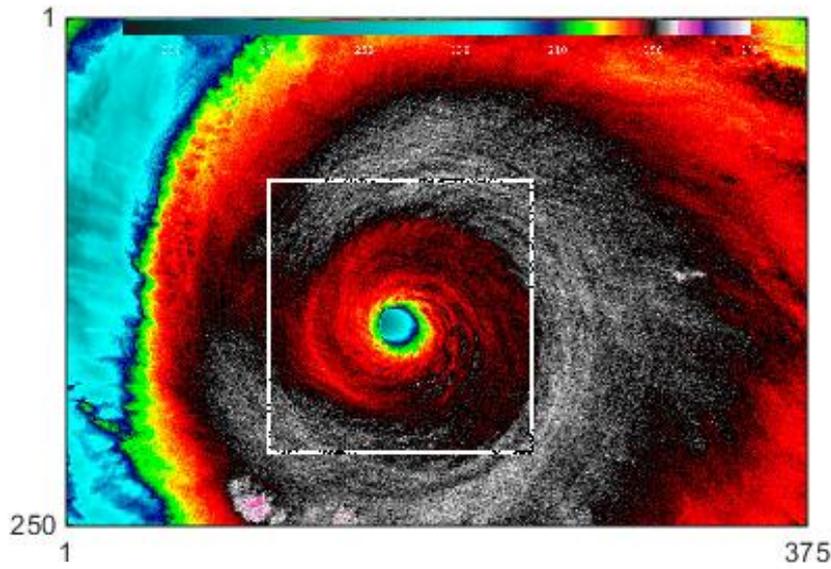
$|f_c|$



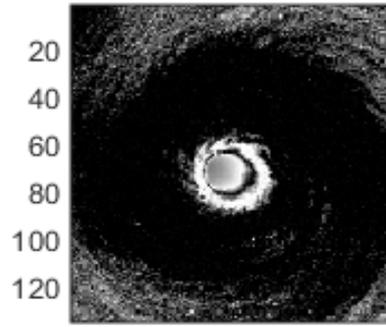
$|f_s|$

**30% Low
Frequency B**

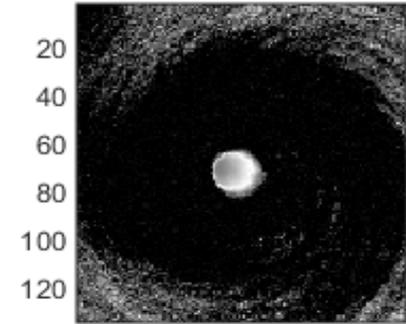
Вихри в ИК диапазоне



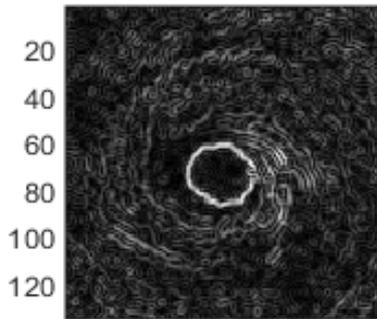
R



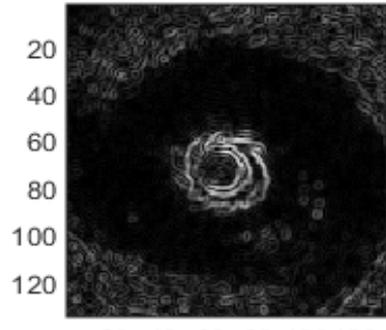
G



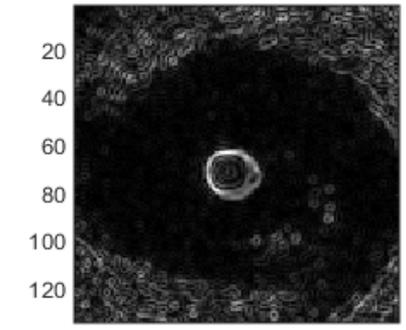
B



$|gR|$

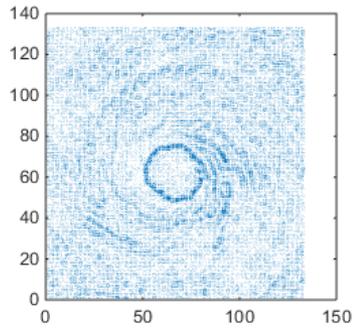


$|gG|$

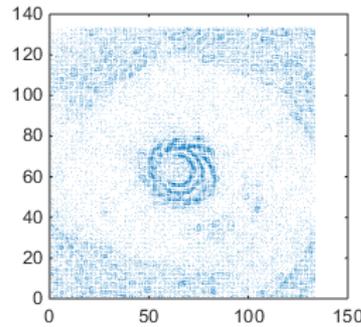


$|gB|$

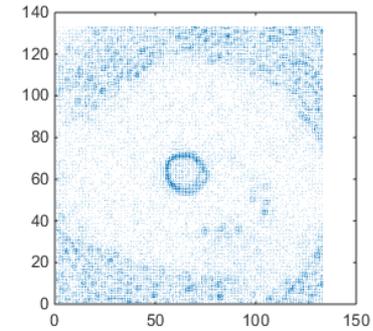
Параметры вихрей в изображениях ИК диапазона



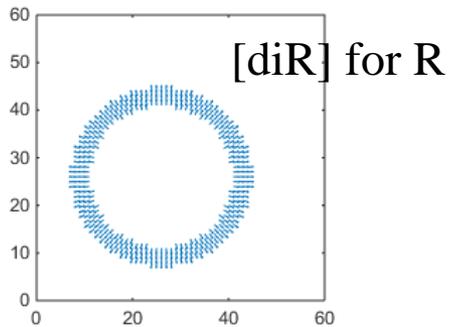
gR



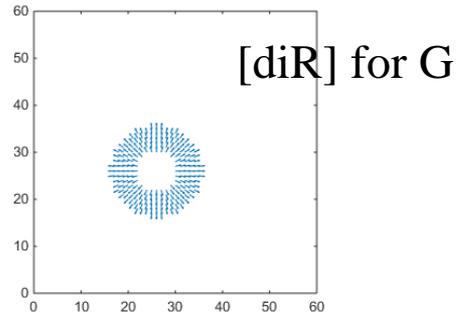
gG



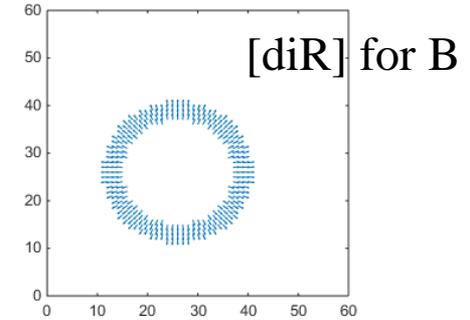
gB



[diR] for R

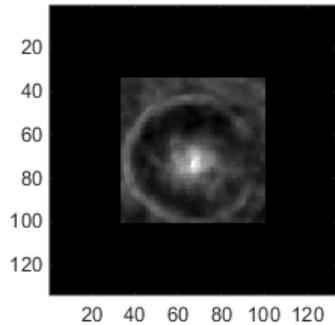


[diR] for G

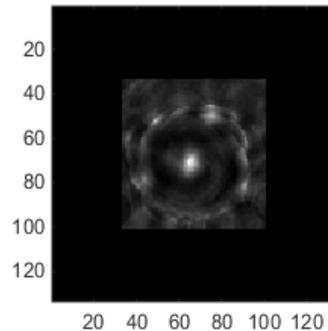


[diR] for B

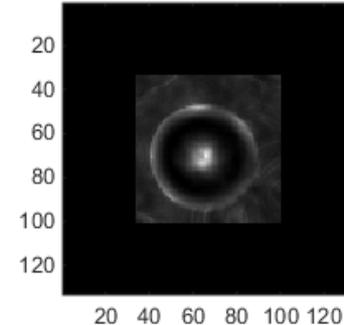
maxSNR~2.64



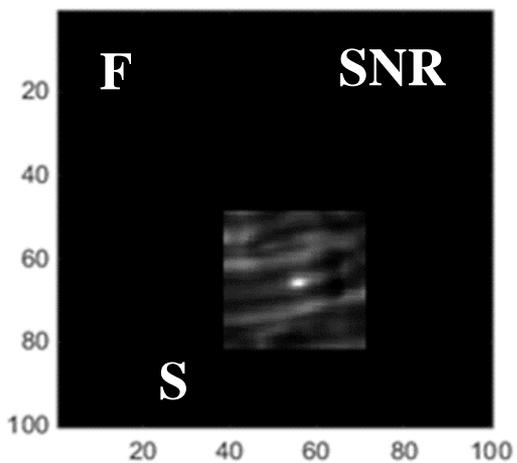
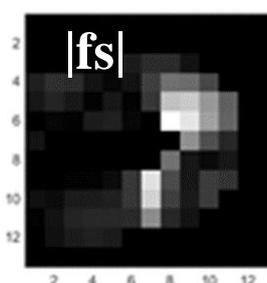
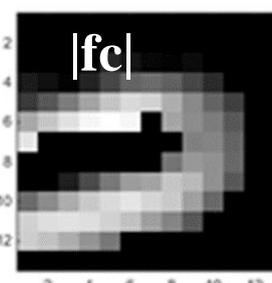
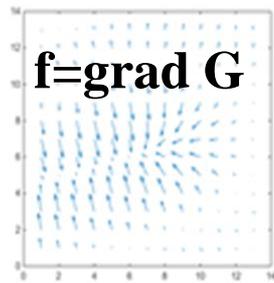
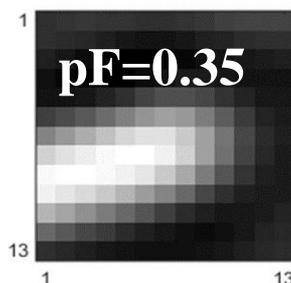
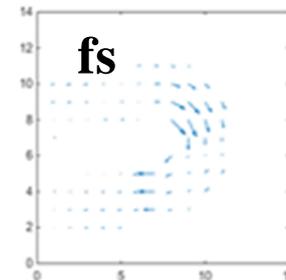
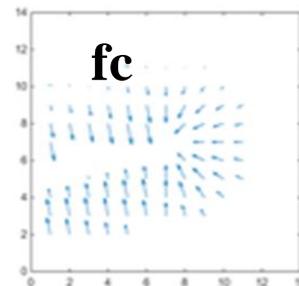
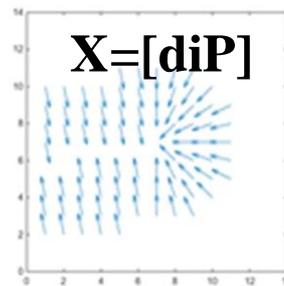
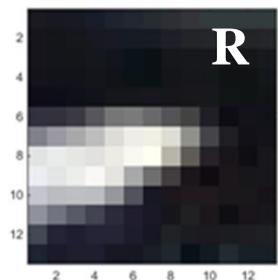
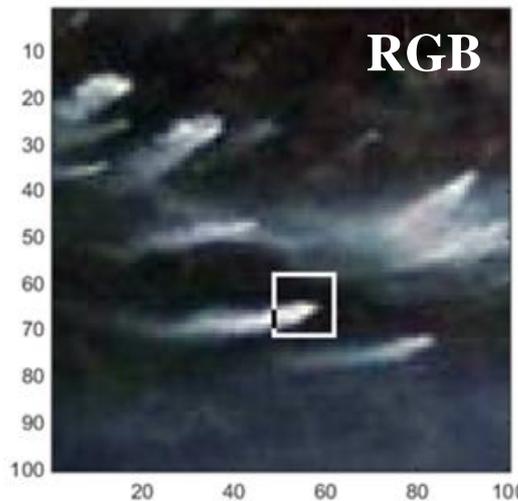
maxSNR~3.51



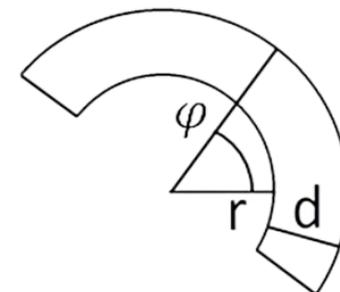
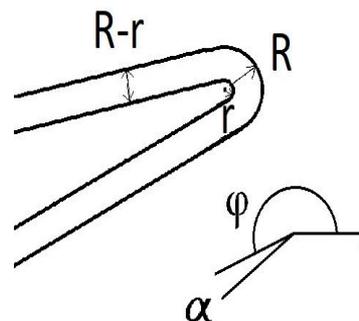
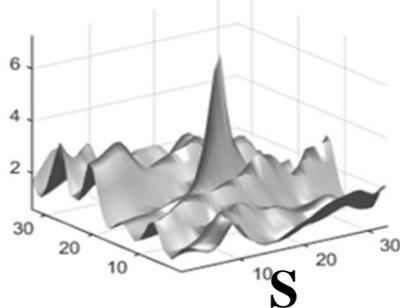
maxSNR~5.46



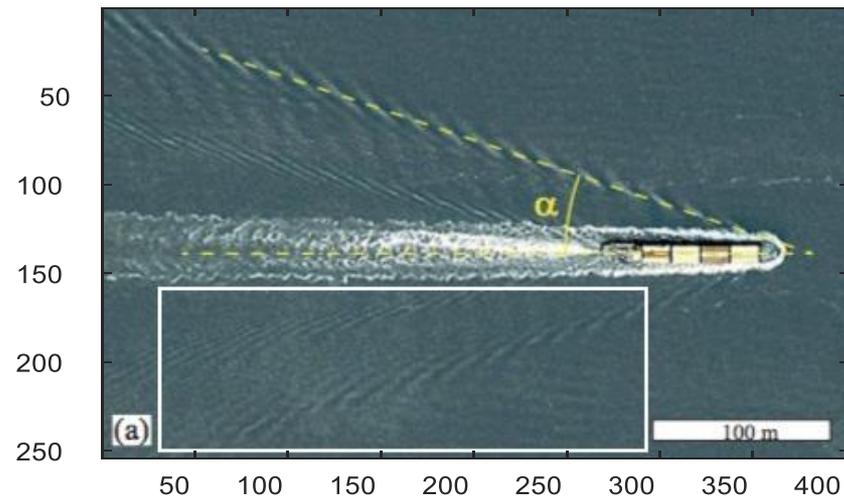
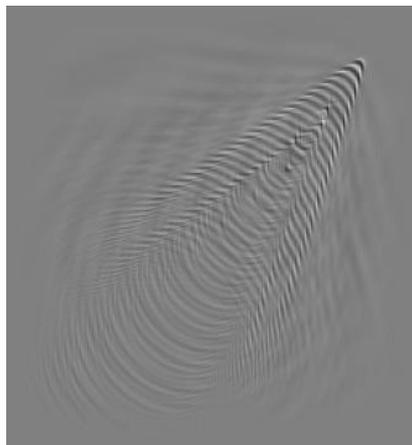
Локализация пожаров с дымовыми шлейфами в космических изображениях (Пожары в Сибири)



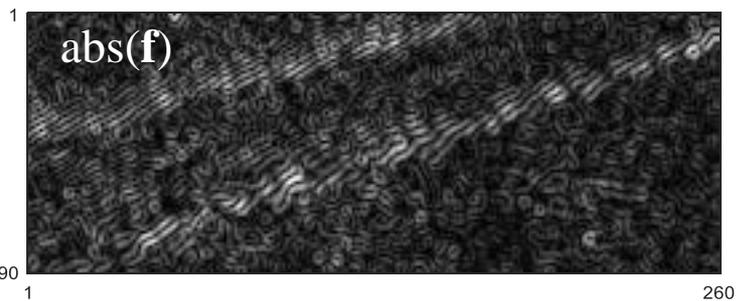
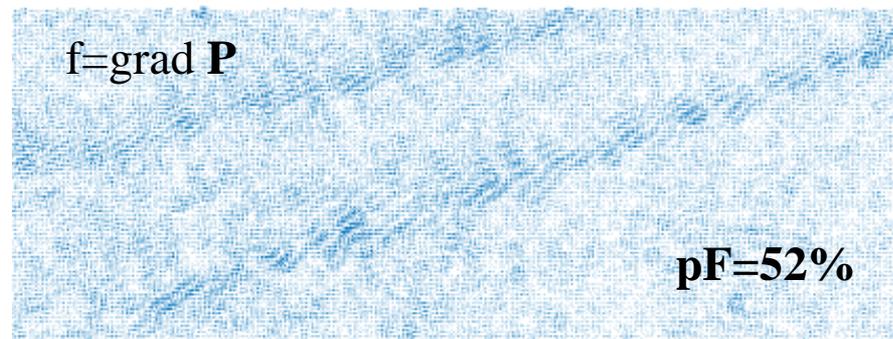
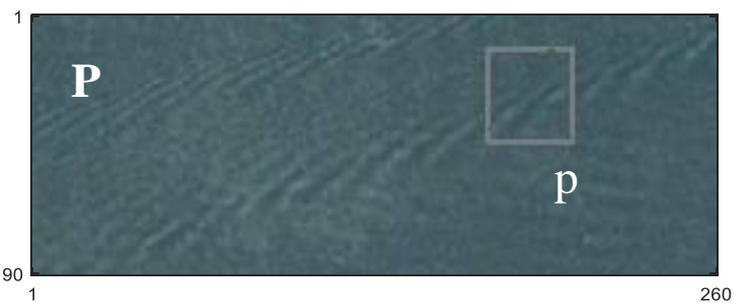
maxSNR~6.9



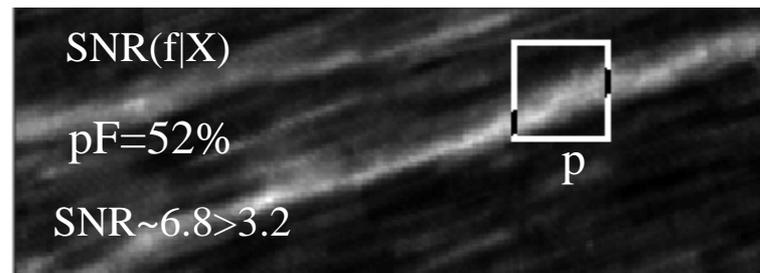
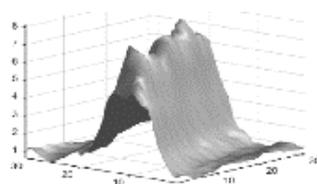
Параметры формы кильватерных следов кораблей



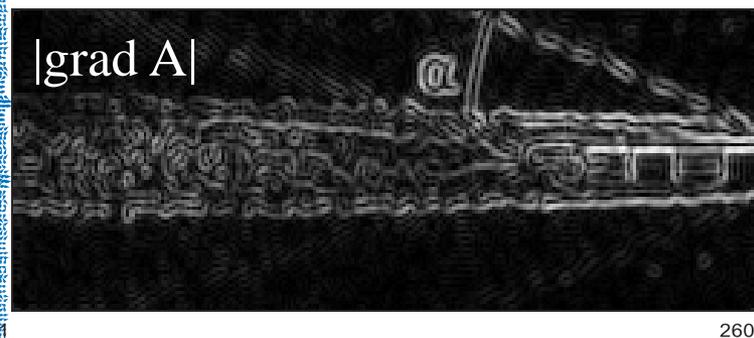
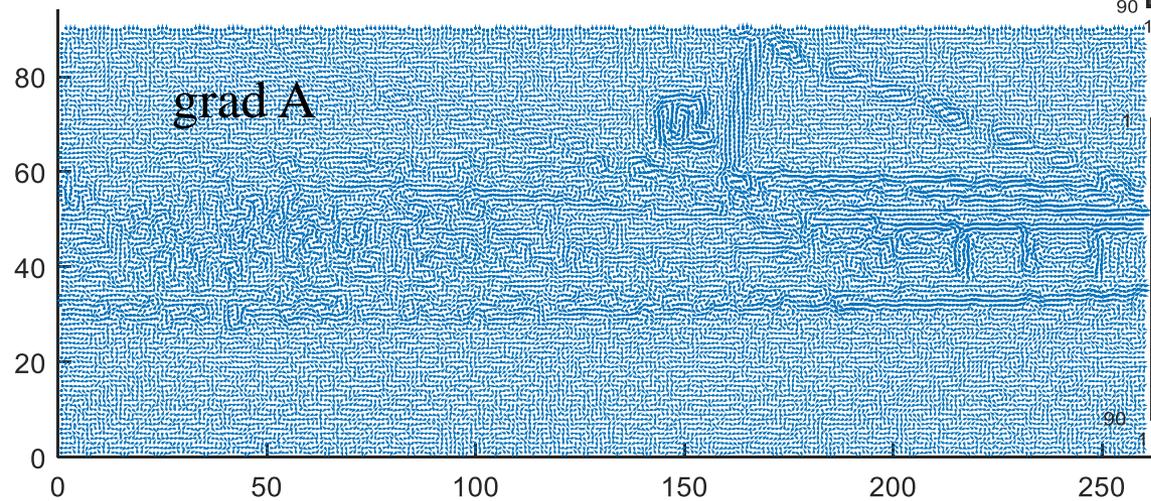
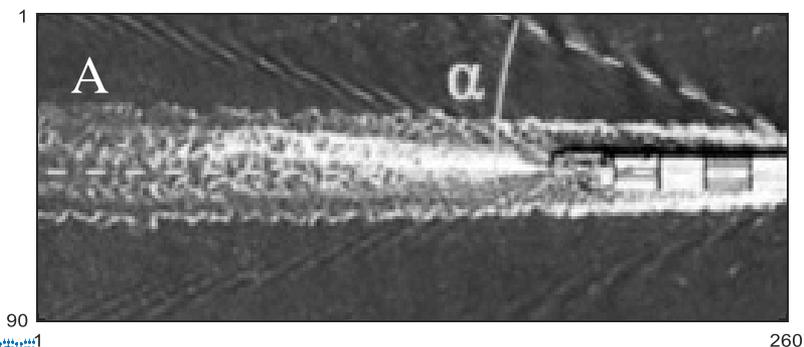
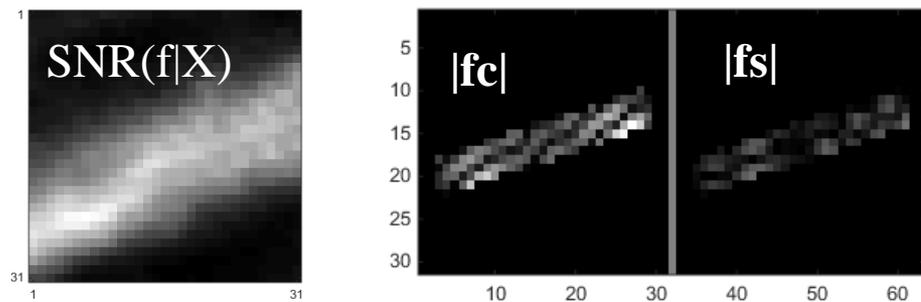
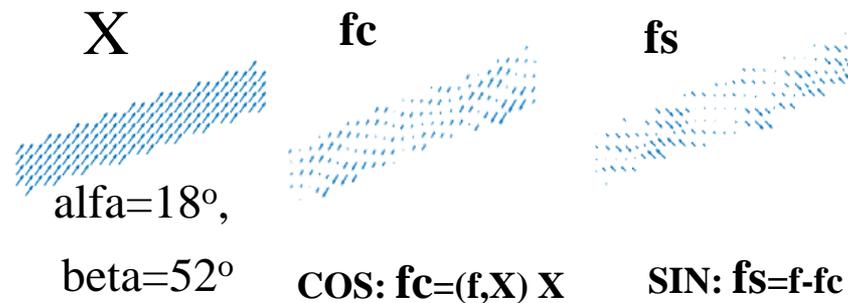
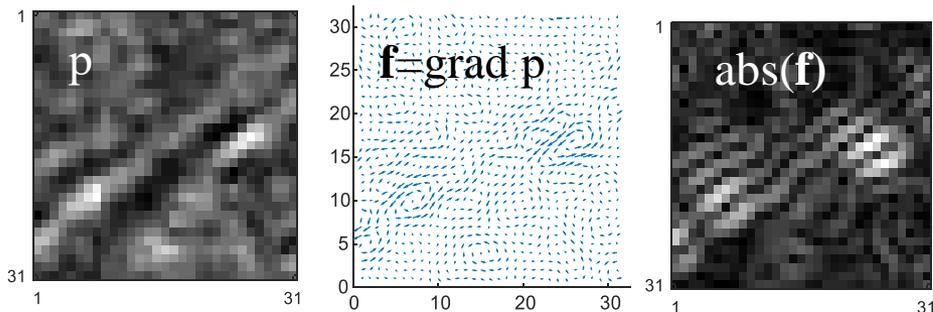
$$f = \text{grad} P$$



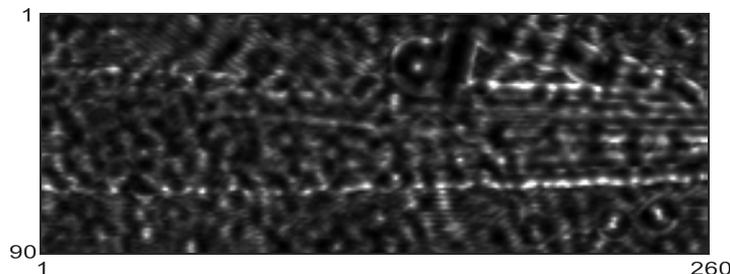
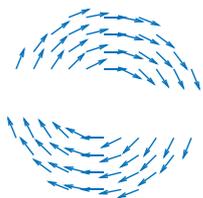
$$\text{SNR} \sim 6.8 > 3.2$$



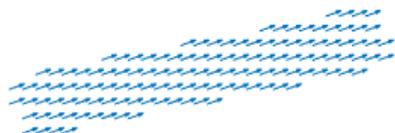
Шаблоны формы кильватерных следов кораблей



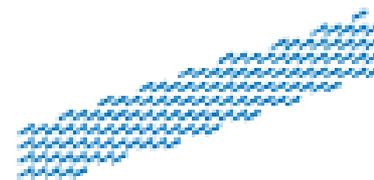
Шаблоны граничных меток пенных шлейфов кораблей



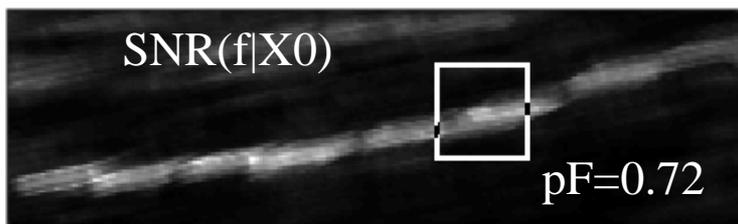
Настройка углов векторов в шаблоне, переменные шаблоны



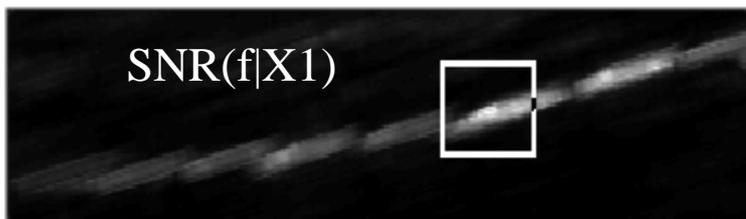
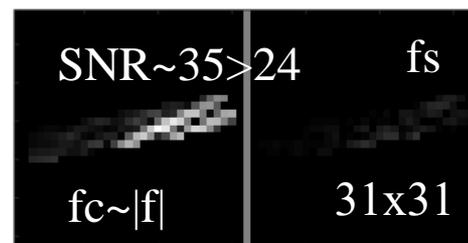
X0: $\alpha=10^\circ$, $\beta=18^\circ$



X1: $\alpha=18^\circ$, $\beta=28^\circ$



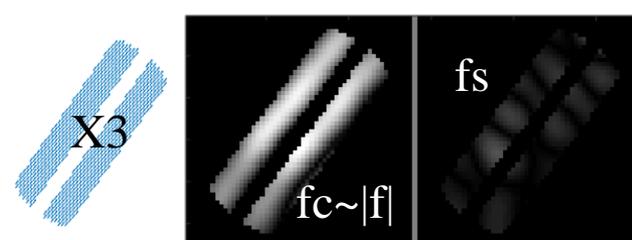
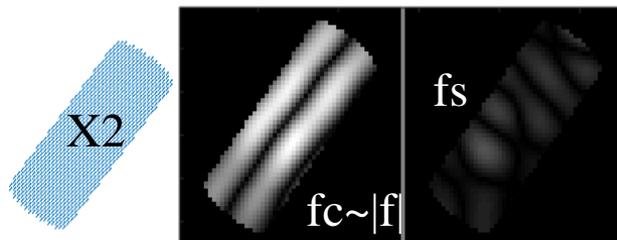
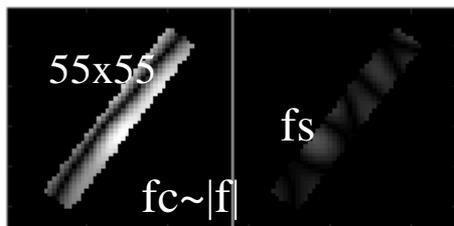
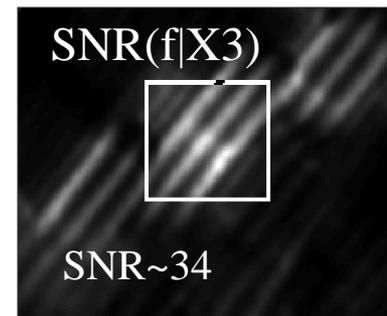
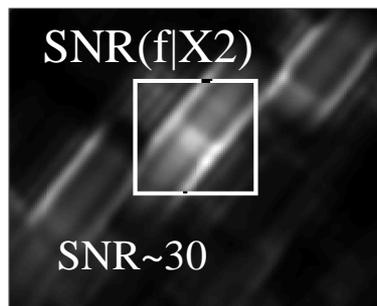
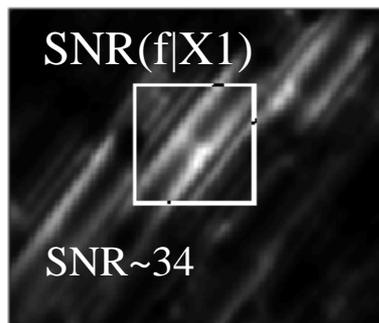
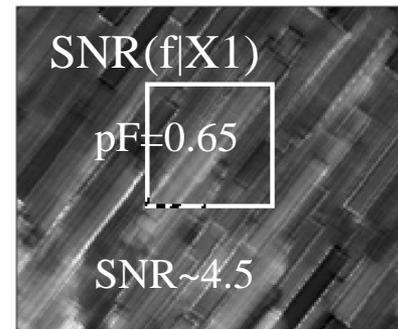
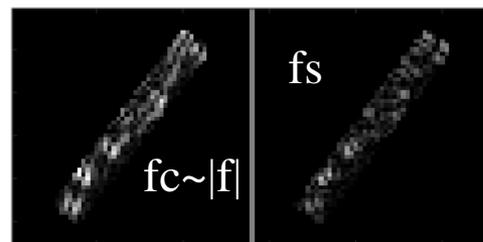
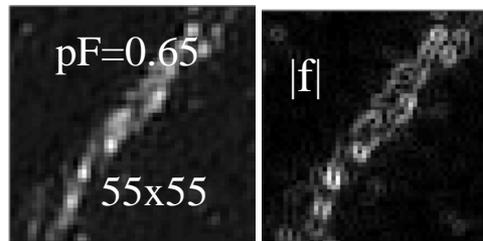
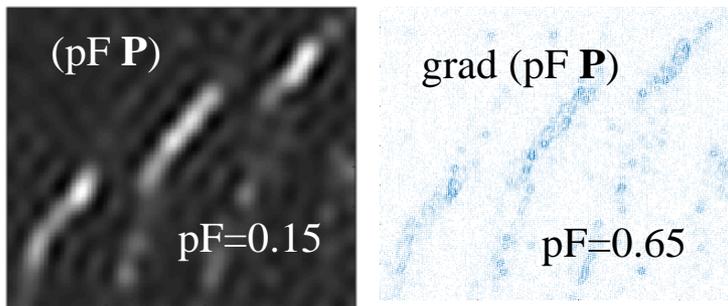
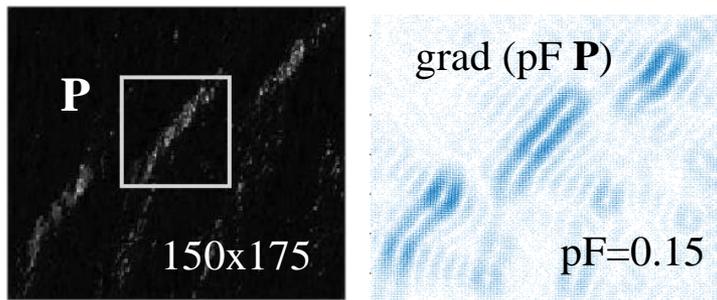
SNR~35>24



SNR~70>25



На каких данных кильватерных следов ГМ плохо работает?



X1

X2

X3

X1

Обсуждение

Методы градиентной морфологии превосходят на порядок по точности локализации, например, обычные морфологические и корреляционные методы [1]. Для успешной работы методов ГМ требуется настройка (параметров) шаблонов и для фильтрация одиночных точек в исходных изображениях подбор параметр $rF > 0$.

Актуально

создание широкого спектра технических устройств со встроенными вычислителями для решения прикладных задач.

Выводы

методы ГМ найдут широкие применения в решении задач анализа данных в дистанционных исследованиях, геофизики, волновой физики, в электродинамике, астрофизике и т.п

References

1. Терентьев Е.Н., <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575> .
2. Terentiev, E.N., Terentiev, N.E., Farshakova, I.I. // Springer International Publishing, DOI: 10.1007/978-3-319-77788-7_19C.
3. Terentiev, E.N., Shilin–Terentyev, N.E., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I. // SCIENTIFIC NOTES OF THE PHYSICAL FACULTY OF MOSCOW UNIVERSITY, №5 1850308, 2018 (in Russian)
4. E. N. Terentiev, I. N. Prikhodko, I. I. Farshakova, I. D. Kuznetsov, N. E. Shilin-Terentiev//https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3_30
5. E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova Problems of accurate localization objects in imagers, AIP Conference Proceedings 2171, 110009 <https://doi.org/10.1063/1.5133243>
6. N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova Applications of finite dimensional sampling theories, AIP Conference Proceedings 2195, 020019; <https://doi.org/10.1063/1.5140119>
7. Evgeni Nikolaevich Terentiev, Irina Nikolaevna Prikhodko, Pavel Evgenievich Aleshin, (2023), Estimating the Parameters of Vortex and Ship Wakes in Images, Journal of Applied Mathematics and Computation, 7(2), 234-242, DOI: 10.26855/jamc.2023.06.004

Email: en.teren@mail.ru; СОТОВЫЙ: +7903 152 43 33