

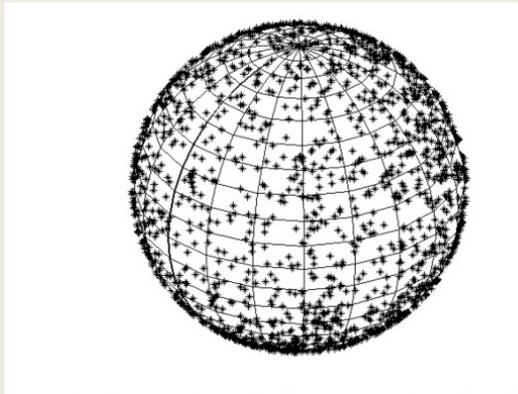
Разделение небесной сферы на телесные углы равной площади

Виноградов И. С., Класс Е.В.

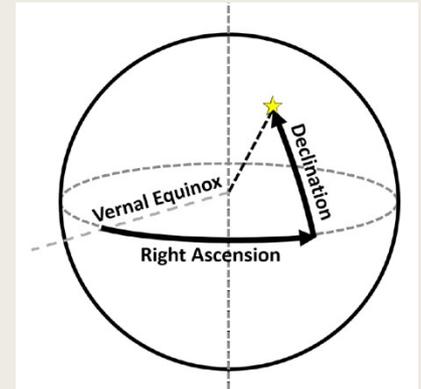
Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д.И. Менделеева, (ФГУП ЦНИИХМ)
Москва Нагатинская 16а

Предпосылки

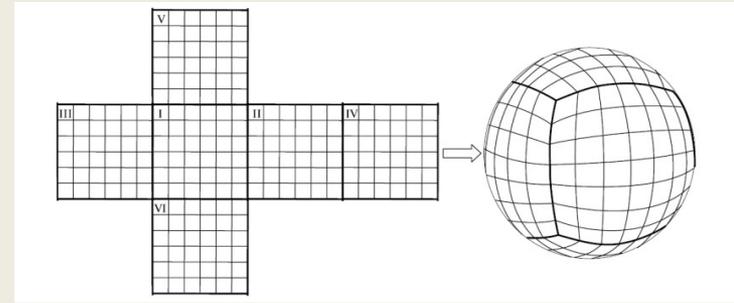
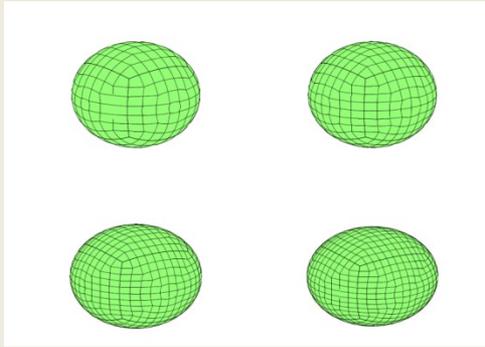
- Малогабаритный звездный датчик
- Рабочий каталог сформирован с ограничением яркости до 5...6 звездной величины
- Распределение звезд по небесной сфере в рабочем каталоге не является равномерным: их много в плоскости Галактики и мало в полюсах
- Алгоритмы поиска и идентификации эффективно работают при равномерном распределении исходных данных
- Параметры, определяющие геометрическое положение звезд в полных каталогах (Hipparcos и т.п.), – прямое восхождение и склонение не позволяют равномерно распределить звезды по сфере



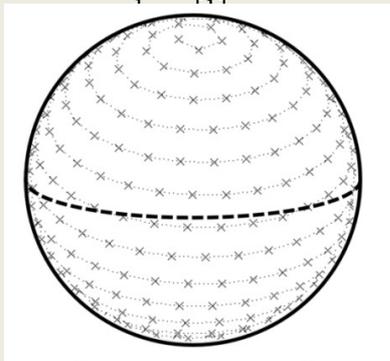
Необходима равномерная сетка по небесной сфере с учетом распределений звезд и простым алгоритмом поиска



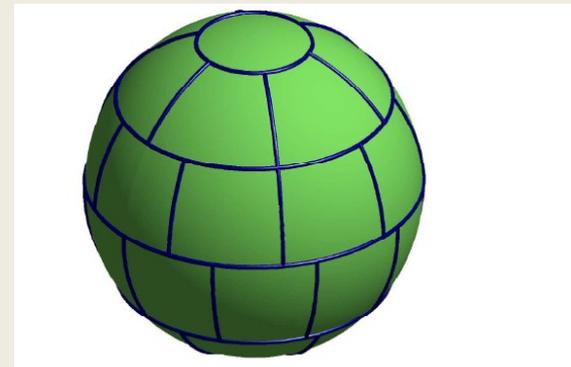
Примеры используемых сеток



Отображение сетки на квадрате через куб в масштабируемую сетку на



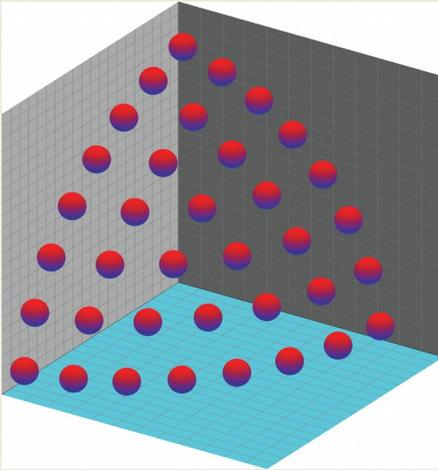
Разбиение граней куба на ячейки и их центральная проекция на небесную сферу [2]



1. Rosca, D., Plonka, G. Uniform spherical grids via equal area projection from the cube to the sphere. J. Comput. Appl. Math. 236, 1033–1041 (2011).
2. Бирюков А. В., Захаров А. И., Никифоров М. Г., Николаев Ф. Н., Прохоров М. Е., Тучин М. С. Навигационный звёздный каталог минимального объёма, привязанный к квазиравномерной сетке на небесной сфере. // Сб. тр. 3-й Международной конференции «Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов» / Под ред. Г. А. Аванесова. М.: ИКИ РАН, 2013. С. 230–242.
3. Gerhard, J. A Geometric Hashing Technique for Star Pattern Recognition. Master's Thesis, West Virginia University, Morgantown, WV, USA, 2016.
4. P. Leopardi. A partition of the unit sphere into regions of equal area and small diameter, Electron. Trans. on Numer. Anal. 25 (2006), 309–327.

Сетка Карлсона

Особенности – много ячеек на экваторе и мало на полюсах.
Площадь единичного телесного угла $\delta\omega = \delta\cos\vartheta\delta\varphi$
 ϑ – полярный угол,
 φ – азимутальный угол.



Узлы сетки Карлсона при $n=8$ (из [2])

1. Деление по косинусу полярного угла
2. Арифметическая прогрессия:
 a_1 – первый член прогрессии ($\delta\cos(\vartheta)_1$),
 n – число членов полярной сетки в интервале 0° до 90°
 a_1 – разность прогрессии.
3. Ширина интервала постепенно увеличивается на a_1 .
4. $a_1 = 2/(n*(n+1))$
5. Азимутальный угол φ – арифметическая прогрессия по числу делений для каждого полярного интервала:
 $k\varphi_1$ – число делений по азимуту для первого интервала по полярному углу (выбор по особенностям задачи)
 $k\varphi_1$ – разность прогрессии
 $n k\varphi_1$ – число делений по φ на экваторе
5. Нижняя полусфера – зеркальное отображение верхней
6. Полное число разбиений N_{sum} по сфере от 0° до 180°
 $N_{sum} = (N/2 + N^2/4) k\varphi_1$, $N = 2n$

1. B.G. Carlson. A Method of Characteristics and Other Improvements in Solutions Methods for the Transport Equations. *Nuclear Science and Engineering*, v. 61, 1976, pp. 408–425.

2. А. М. Волощенко, А. А. Руссков. Квадратурные формулы типа Гаусса для сферы с узлами, обладающими симметрией правильной призмы. // ЖВМ и МФ. 2020, т. 60, № 7, с. 1095–1110.

Распределение звезд по ячейкам сетки Карлсона

Телесный угол матрицы

$$\delta\omega_M = \left(\frac{d}{F} M\right)^2,$$

d – линейный размер пикселя
 F – фокус
 M – линейный размер матрицы

Оптическая система:

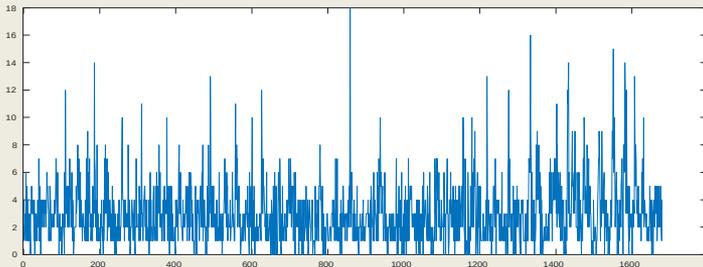
d=4.4mkm, F=32mm

M×M=1280×1280 $\delta\omega=0.031$ страд

M×M=640×640 $\delta\omega=0.0077$ страд

Распределение звезд для N=40 $k_{\varphi 1}=4$

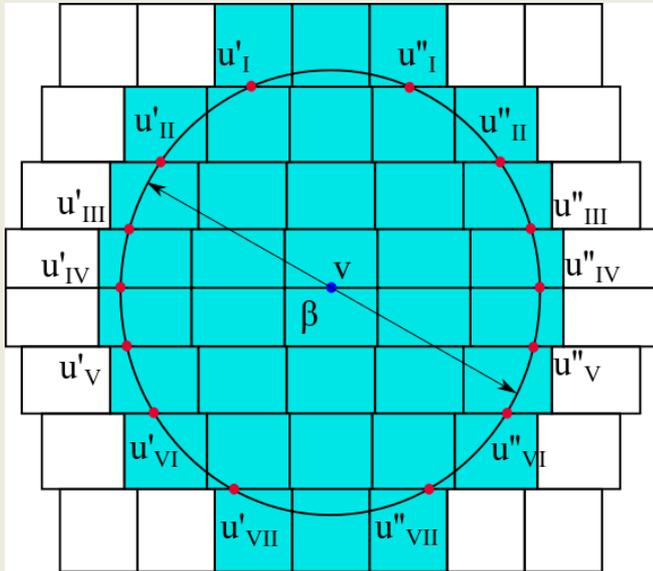
Nsum=1680



(Число звезд=5044, яркость до 6m), $k_{\varphi 1}=4$

Число звезд	N=30 $\delta\omega=1.3e-2$	N=40 $\delta\omega=7.48e-3$	N=60 $\delta\omega=3.37e-3$
0	13	110	1089
1	53	327	1270
2	91	370	760
3	147	321	349
4	157	221	165
5	141	135	42
6	104	77	19

Кластеризация сетки Карлсона



Вектор оси визирования v и массив векторов u , задающий точки пересечения поля зрения и меридианов сетки Карлсона:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_v) \cos(\alpha_v) \\ \cos(\delta_v) \sin(\alpha_v) \\ \sin(\delta_v) \end{pmatrix}, \vec{u}_i = \begin{pmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_{ui}) \cos(\alpha_{ui}) \\ \cos(\delta_{ui}) \sin(\alpha_{ui}) \\ \sin(\delta_{ui}) \end{pmatrix};$$

Угол поля зрения β можно выразить через скалярное произведение векторов:

$$\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = v_1 u_1 + v_2 u_2 + v_3 u_3;$$

Сгруппировав известные величины:

$$a = v_1 \sqrt{1 - u_3^2}, b = v_2 \sqrt{1 - u_3^2}, c = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) - v_3 u_3,$$

поиск векторов u сведётся к решению уравнения:

$$a \cdot \cos(\alpha_u) + b \cdot \sin(\alpha_u) = c$$

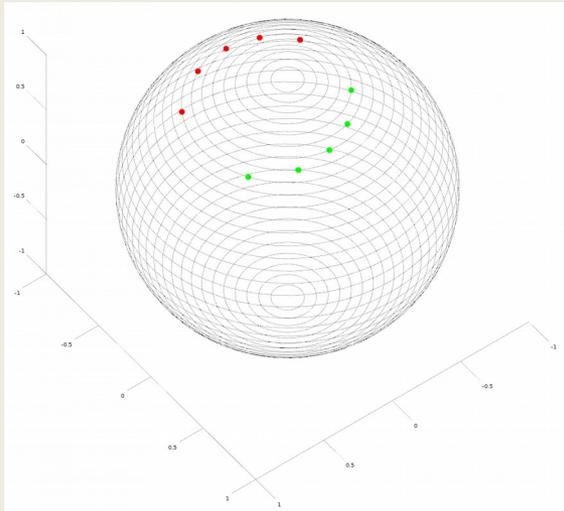
$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(\alpha_u) + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(\alpha_u) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\cos(\phi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin(\phi) = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\cos(\phi) \cos(\alpha_u) + \sin(\phi) \sin(\alpha_u) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$\cos(\phi - \alpha_u) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

Кластеризация сетки Карлсона



В случае, если азимутальный угол между точками u'_1 и u''_1 внутри телесного угла больше 180° , т.е. в поле зрения попадает верхний полярный уровень сетки, в кластер включаются все ячейки выше уровня u_1 . Аналогичные действия выполняются, если в поле зрения попадает нижний полярный уровень.

Построенный кластер ячеек сетки Карлсона, позволяет через таблицу указателей ячеек получить быстрый доступ ко всем звёздам в базе данных, попавшим в поле зрения звёздного датчика.

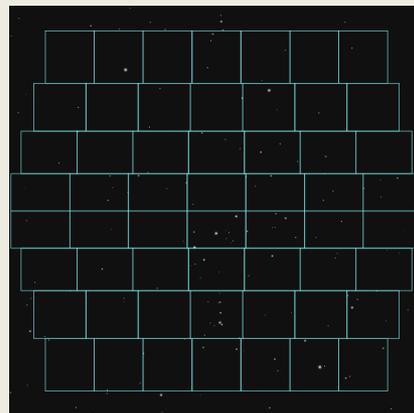


Таблица указателей
ячеек



Массив звёзд,
отсортированных по
ячейкам сетки
Карлсона

База данных звёзд, основанная на сетке Карлсона, существенно сокращает время определения звёзд, попавших в поле зрения звёздного датчика. Так для угла зрения прибора $\beta=15^\circ$ и числе узлов сетки $n=20$ время выделения звёзд сократится в 200 раз по сравнению с методом прямого перебора.