

# **Многочастотные радиометрические наблюдения для восстановления температуры неоднородно увлажненной почвы**

Музалевский К.В.<sup>1</sup>, Фомин С.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения  
Российской академии наук - обособленное подразделение  
ФИЦ КНЦ СО РАН, г. Красноярск

[rsdkm@ksc.krasn.ru](mailto:rsdkm@ksc.krasn.ru)

Ноябрь 13, 2025

# I. Введение

До настоящего времени слабо изучены вопросы влияния профилей влажности на погрешность восстановления профилей температуры талых почвогрунтов с различным содержанием глинистой фракции из микроволновых радиометрических наблюдений.

В отличие от существующих подходов в данной работе, исследуются потенциальные возможности и погрешности нахождения профилей температуры в неравномерно увлажненном по глубине талом суглинистом почвогрунте на основе многочастотных поляриметрических наблюдений радиояркостной температуры (РТ) в диапазоне частот от 1,4 ГГц до 18,7 ГГц и от 409 МГц до 18,7 ГГц.

Частотный диапазон (1,4 ГГц-18,7 ГГц) доступен при комбинации радиометрических данных существующей группировки спутников Soil Moisture Active Passive (SMAP), Soil Moisture and Ocean Salinity (SMOS), Global Change Observation Mission-Water (GCOM-W1).

## II. МОДЕЛЬ РАДИОТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Для расчета РТ (прямая задача) использовалась модифицированная частично когерентная модель радиотеплового излучения почвогрунтов лишенных покровов, с гладкой границей (в виде интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма первого рода), физически обоснованная диэлектрическая модель почвогрунтов, модельные профили температуры и влажности, построенные на основе обобщения большого набора экспериментальных данных.

$$Tb_p(f, \theta_0) = \int_0^{\infty} dz T_s(z) K(z, f, \theta_0), \quad (1)$$

где  $K(z, f, \theta_0) = 2 [1 - \Gamma_p(\varepsilon_s, f, \theta_0)] Im \eta(z, f, \theta_0) e^{-20 \int_z^I m(\xi, f, \theta_0) d\xi}$  – ядро интегрального уравнения,  $\Gamma_p = |R_p(\varepsilon_s, f, \theta_0)|^2$  – коэффициент отражения Френеля по мощности плоской волны от границы воздух-диэлектрическое полупространство (отражательная способность),  $(z, f, \theta_0) = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_s(z) - \sin^2 \theta_0} / c$  – проекция на вертикальную ось вектора волнового числа,  $c$  – скорость света в вакууме,  $f$  – частота электромагнитной волны, индекс  $p$  может принимать значения  $H$  и  $V$ , соответственно для горизонтальной и вертикальной поляризации,  $\theta_0$  – угол наблюдения РТ. В модели (1) комплексная диэлектрическая проницаемость (КДП) почвогрунта  $\varepsilon_s$  определена прямо под границей раздела:  $\varepsilon_s = \varepsilon_s(z = -0)$ .

Некорректно поставленная обратная задача по нахождению профилей температуры решалась с применением регуляризирующего алгоритма Тихонова, свойства сходимости которого были изучены для различных комбинаций профилей влажности и температуры.

## II. МОДЕЛЬ РАДИОТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Для расчета наблюдаемых РТ (прямая задача) использовалось шесть профилей влажности и температуры (см. рис. 1), заданных в виде экспоненциальных функций, параметры которых были подобраны в работе [1] для описания наиболее характерных соответствующих профилей наблюдаемых в минеральных почвогрунтах. Профили влажности и температуры отражают различные стадии увлажнения и высыхания, нагревания и остывания почвогрунтов, а также почвогрунты в засушливых районах с уровнем залегания грунтовых вод более 0,5 м (см. рис. 1а, профиль № 6), или имеющие подповерхностные температурные аномалии (см. рис. 1б, профиль № 5).

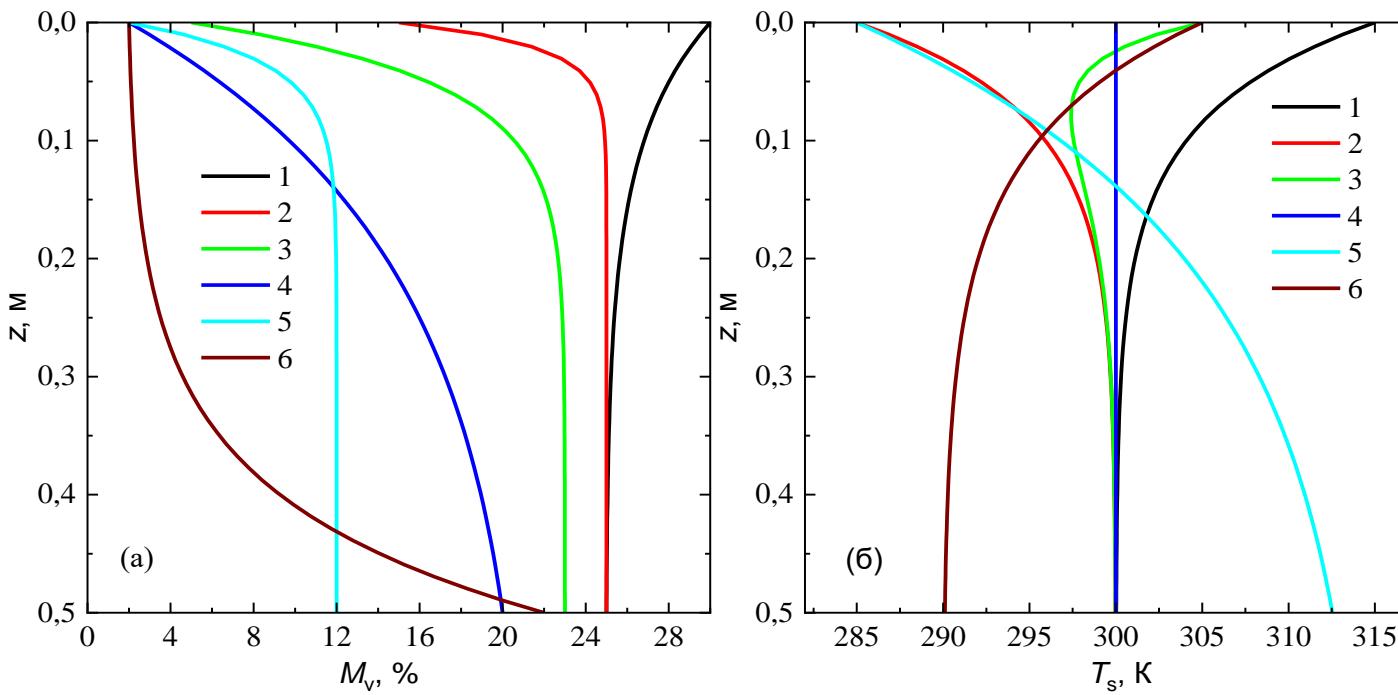


Рис. 1. Профили влажности  $M_V(z)$  и температуры  $T_s(z)$  талых почвогрунтов, аналитически описываются функциями:  
$$M_V(z) = M_0 + \Delta M [e^{-bz} - 1] / [e^{-bd} - 1],$$
$$T_s(z) = T_0 + \Delta T_1 e^{-g_1 z} + \Delta T_2 e^{-g_2 z}.$$
 Параметры функций могут быть найдены в табл. 1 и 2 работы [1].

[1]. Njoku E. G., Kong J.-A. Theory for passive microwave remote sensing of near-surface soil moisture // J. Geophys. Res. 1977. V. 82, No. 20. P. 3108–3118. doi: 10.1029/JB082i020p03108.

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для решения ИУ (1) профиль температуры представлялся  $T_s(z)$  в виде кусочно-полиномиальной функции в виде:

$$T_s(z) = \begin{cases} \sum_{n=0}^N t_n z^n, & 0 \leq z \leq 0,5\text{м}, \\ T_s(z = 0,5\text{м}), & z > 0,5\text{м}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $N$  – порядок полинома,  $t_n$  – неизвестные коэффициенты.

Тогда в случае  $M$  – независимых наблюдений величины  $Tb_p$  дискретный аналог (1) может быть записан в матричном виде:

$$\mathbf{A}\mathbf{T}_s = \mathbf{Tb}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{A}$  матрица размера  $M \times N$ ,  $\mathbf{Tb}$  – вектор-столбец размера  $M \times 1$ , содержащий  $M$  наблюдений величины  $Tb_p$ ,  $\mathbf{T}_s$  – вектор-столбец размера  $N+1 \times 1$ , содержащий  $N+1$  неизвестных коэффициентов  $t_n$ . Профили температуры определялись из СЛАУ (1):  $\mathbf{T}_{s,\alpha} = (\mathbf{A}^\top \mathbf{A} + \alpha \mathbf{E})^{-1} \mathbf{A}^\top \mathbf{Tb}$ .

Из рис. 2. видно, что уже с четвертого сингулярного числа, числа обусловленности  $cond(\mathbf{A})$  матрицы  $\mathbf{A}$  становятся больше, чем  $10^{11}$ . Это говорит о том, что относительная погрешность измерения  $Tb_p(f, \theta_0)$  должна быть меньше, чем  $10^{-11}$  для достижения относительной ошибки восстановления  $T_s(z)$  менее 100%. Из рис. 3. видно, что на всех частотах одни и те же поверхностные слои почвогрунта в сопоставимой степени участвуют в формировании ядра  $K(z, f, \theta_0)$  ИУ (1) несут в себе практически одинаковую информацию об излучении, что является источником сильной связи (зависимости) отдельных измерений на разных частотах (строки матрицы  $\mathbf{A}$ ). В результате сформированная матрица  $\mathbf{A}$  является плохо обусловленной, что не позволяет использовать классические методы решения системы алгебраических уравнений (3).

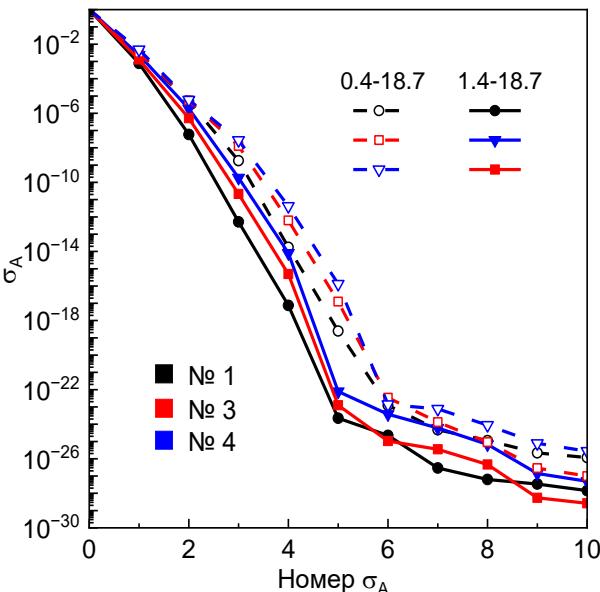


Рис. 2. Спектр сингулярных чисел ядра интегрального уравнения построен для максимальной степени полинома (4) принимаемой равной  $N=10$ .

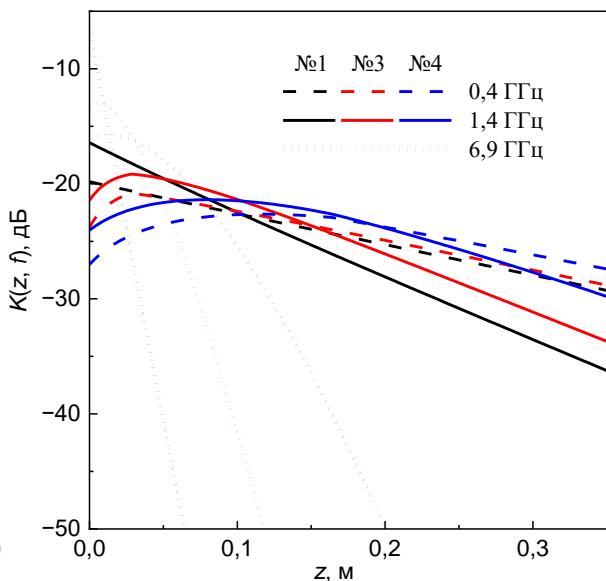


Рис. 3. Значения ядра интегрального уравнения (1) в зависимости от глубины почвогрунта, рассчитанные для трёх частот и профилей влажности №1, №3 и №4 (см. рис. 1).

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Нахождение  $T_{s,\alpha}$  из (3) является неоднозначной задачей, и зависит от абсолютной величины  $\alpha$  и уровня шума  $\sigma_{\text{noise}}$  (погрешности величин  $T_b$ ).

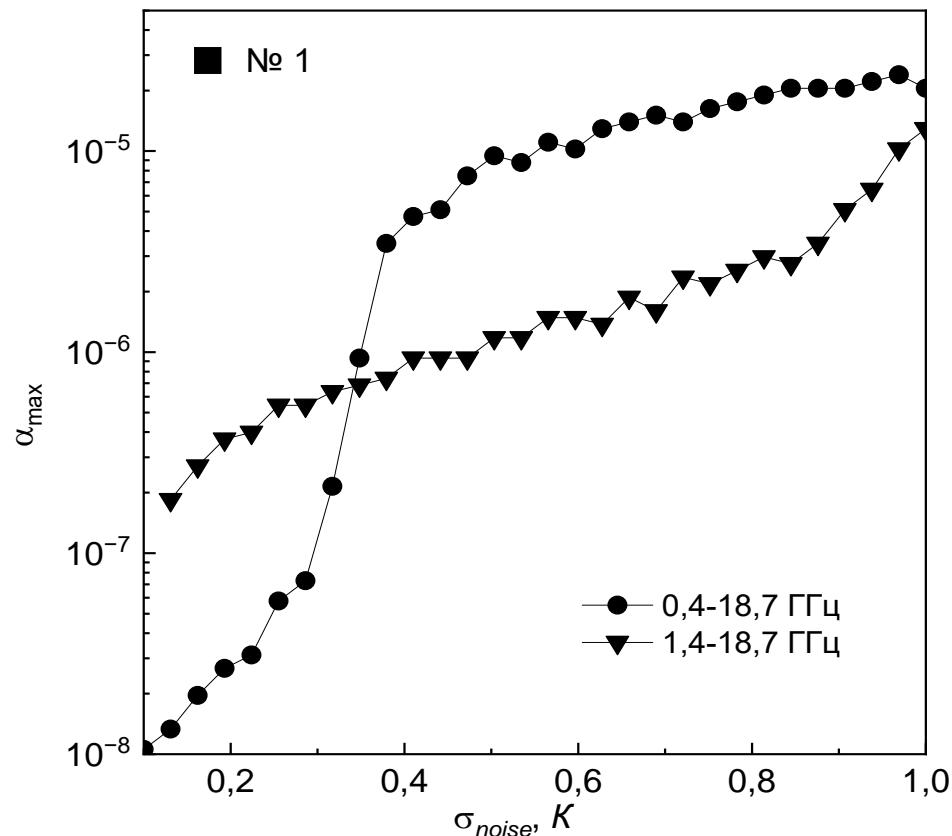
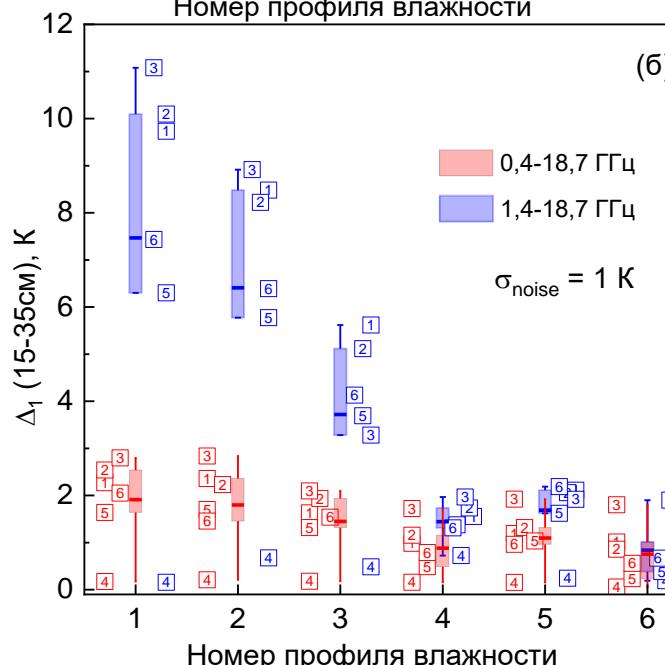
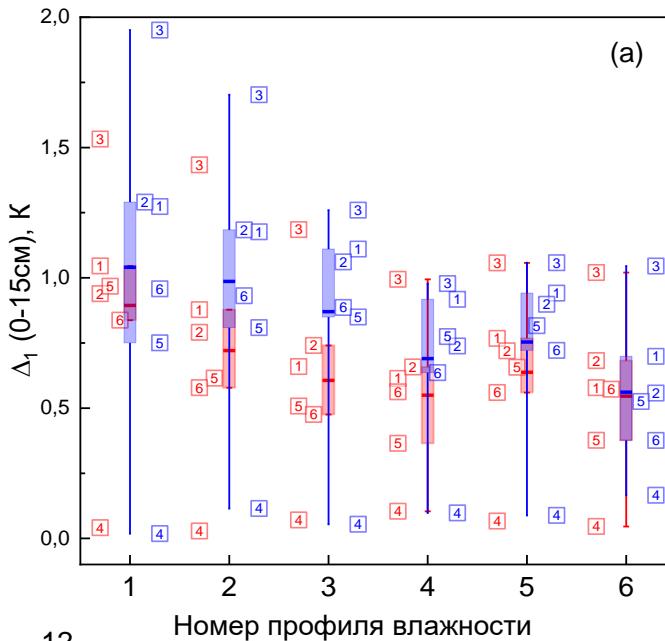


Рис. 4. Зависимость параметра регуляризации для профиля влажности №1 и двух наборов частот.

Параметр регуляризации  $\alpha_{\max}$  в зависимости от уровня шума  $\sigma_{\text{noise}}$  для двух наборов частот наблюдения РТ приведены на рис. 4. Из рис. 4 видно, что на выбор параметра регуляризации  $\alpha_{\max}$ , помимо уровня шума  $\sigma_{\text{noise}}$  влияет также и диапазон частот наблюдения РТ. В следствие сложной зависимости  $\alpha$  от профилей влажности, уровня шума, геометрии и частот наблюдения РТ в качестве первого приближения (с точностью до порядка) в выборе оптимального значения  $\alpha$  могут быть рекомендованы зависимости (см. рис. 4). На практике же с целью определения оптимального  $\alpha$  наиболее целесообразно многократно решать обратную задачу в рекомендованном диапазоне изменения  $\alpha$  (см. рис. 4) добиваясь сведения к минимуму общей невязки функционала.

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ



В качестве примера при заданном параметре регуляризации  $\alpha_{\max} = 2 \cdot 10^{-5}$  на рис. 5 в виде колоночных графиков представлена погрешность  $\Delta_1$  найденных профилей температуры в двух поверхностных слоях почвогрунта (0-15 см, 15-35 см) для всевозможных комбинаций с профилями влажности для обоих частотных наборов наблюдения РТ с уровнем шума  $\sigma_{\text{noise}} = 1,0$  К.

При любых профилях влажности минимальная погрешность наблюдается при нахождении профиля температуры №4 (изотермическое полупространство). Немонотонный профиль температуры №3 находится с наибольшей погрешностью. Также видно, что в случае наиболее влажной почвы (первые два-три профиля влажности) наблюдаются наибольшие вариации и наибольшие средние величины погрешностей нахождения профилей температуры (см. рис. 5).

Рис. 5. Погрешность  $\Delta_1$  в слое а) 0-15 см и б) 15-35 см для двух наборов частот 0,4-18,7 ГГц (красный цвет) и 1,4-18,7 ГГц (синий цвет) наблюдения РТ при уровне шума  $\sigma_{\text{noise}} = 1,0$  К. Значения погрешностей  $\Delta_1$  для найденных соответствующих номеров профилей температур обозначены цифрами в квадратах. Усами обозначен диапазон вариаций погрешности  $\Delta_1$  (от минимальных до максимальных); закрашенными столбиками обозначен диапазон вариаций  $\Delta_1$  для 25%-75% профилей температур. Жирные горизонтальные линии поперек закрашенных столбиков среднее значение  $\Delta_1$ .

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Найденные профили температуры  $\bar{T}_{S_\alpha}(z)$  (цветные кривые, рис. 6) для двух исходных профилей температуры  $T_{s1,2}(z)$  (черные точки) и соответствующих профилей влажности  $M_{v4,1}(z)$ . Решение обратной задачи в случае точного задания исходных профилей влажности (а) и в приближении диэлектрически-однородного полупространства (б). Цветами отделены решения обратной задачи для двух параметров регуляризации  $\alpha=10^{-8}$  и  $\alpha=2\cdot10^{-5}$ . Уровень шума наблюдения РТ задавался равным  $\sigma_{noise}=1,0$  К. Усами (выборочно по глубине) отмечены СКО ( $R^2$ ) найденных  $T_{s1,2}(z)$  для 100 реализаций случайных наблюдений РТ в частотном диапазоне 0,4-18,7 ГГц.

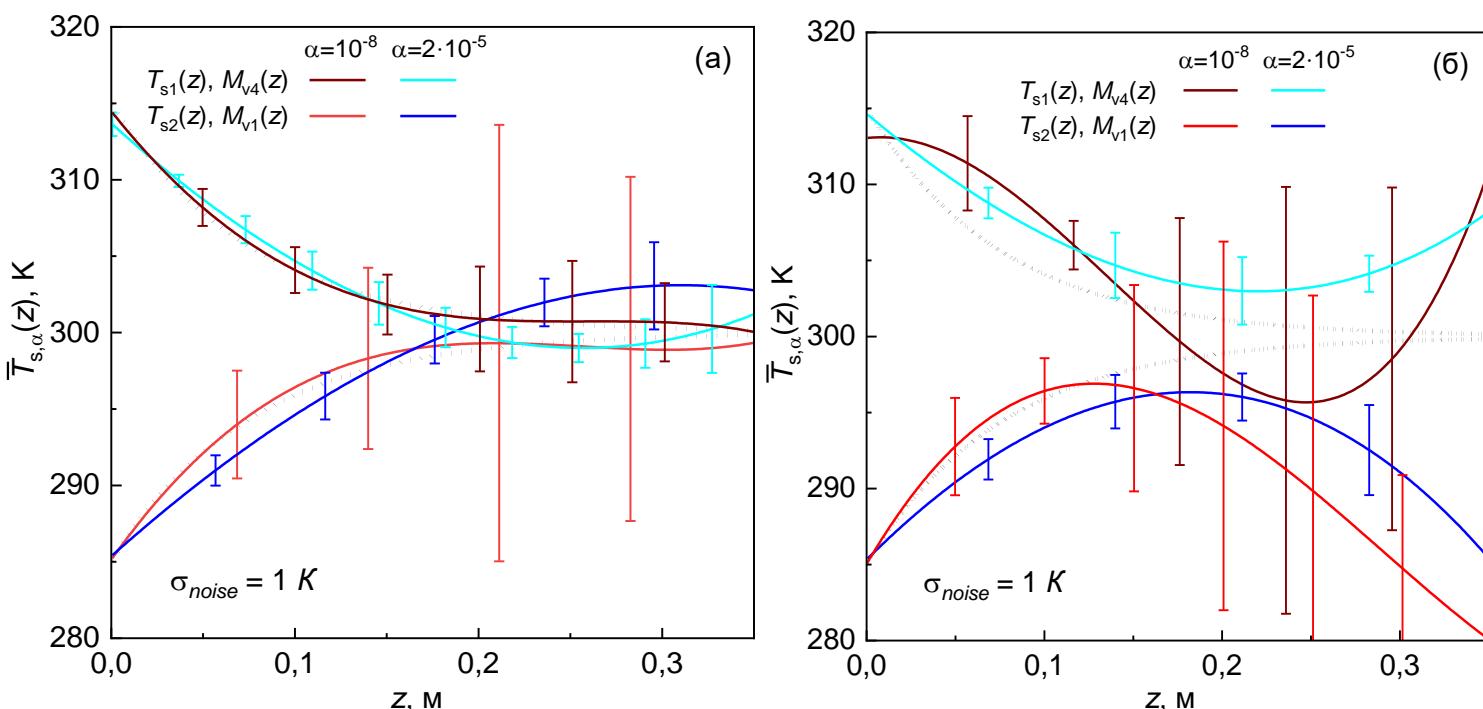


Рис. 6.

В случае точного задания профилей влажности найденные  $\bar{T}_{S_\alpha}(z)$  хорошо согласуются с исходными  $T_{s1,2}(z)$  профилями температуры (см. рис. 6), в случае использования средней влажности почвы в слое  $I_w(f)$  погрешность возрастает особенно на глубинах более 15 см.

Таблица 1. Средняя погрешность  $\Delta_1$  найденных профилей температуры в слое 0-15 см.

f, ГГц	I <sub>w</sub> , см						I <sub>w(f)</sub> , см			
	0,5	-*	1,0	-*	2,0	-*		5,0	-*	7,0
0,4	0,5	-*	1,0	-*	2,0	-*	5,0	-*	7,0	-*
1,4		0,5		1,0		2,0		5,0		1,8
6,9-18,7	0,5			1,0		2,0		5,0		0,2
$\Delta_1$ , К	3,8	2,1	4,9	2,5	7,7	5,0	13,1	10,6	1,8	1,9

\* – обозначено отсутствие наблюдения РТ на данной частоте.

## IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Показано, что поляриметрические наблюдения радиояркостной температуры на шести дискретных частотах в диапазоне от 409 МГц до 18,7 ГГц позволяют сформулировать обратную задачу о восстановлении профилей температуры в талой минеральной почве как в случае точно известных профилей влажности, так и при приближенно заданном среднем значении влажности в поверхностном слое почвогрунта. При этом достигнута практическая значимая точность 2-4 К (среднее абсолютное отклонение от исходно заданного профиля температуры) восстановления профилей температуры в слое 0-15 см даже в условиях относительно большой зашумленности наблюдаемой радиояркостной температуры 1,0 К.
- Восстановление профилей температуры глубже 15 см носит качественный характер и возможно лишь в случае относительно сухой поверхности почвогрунта (менее 16%), для профилей влажности с большой влажностью поверхности (16-30%) погрешность восстановления температуры в слое 15-35 см может достигать ~10 К в случае наблюдения РТ в диапазоне частот от 1,4 ГГц до 18,7 ГГц.
- Наблюдений РТ на дополнительной частоте 409 МГц позволяет существенно в ~3 раза уменьшить погрешность восстановления температуры в слое 15-35 см.
- Анализ сингулярных чисел (матрицы, аппроксимирующей ядро ИУ) показал, что уже начиная с 5-ого числа их величины становятся меньше, чем  $10^{-12}$  даже при наблюдении РТ с добавлением частоты 409 МГц. Данное обстоятельство резко сокращает количество параметров, которые могут быть восстановлены на основе многочастотных наблюдений РТ. В этой связи мы ограничились аналитическим заданием профилей температур в виде степенного ряда Маклорена с шестью отыскиваемыми параметрами. В этом случае как было показано выше применение регуляризующего алгоритма Тихонова позволяет получать устойчивое решение задачи для восстанавливаемых профилей температуры.
- Проведенное исследования указывает на необходимость восстановления влажности синхронно с нахождением профиля температуры почвогрунта для повышения точности решения обратной задачи.

**Спасибо за внимание!**