Ветровой перенос диоксида азота в атмосфере с учётом временной зависимости скорости и направления

П.Б. Руткевич, Б.П. Руткевич

Институт космических исследований Российской академии наук

XXII Двадцать вторая международная конференция «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА »
Москва, 2025

Диоксид азота (NO_2) является основным компонентом загрязнения воздуха в городской среде, и при этом достаточно токсичен в больших концентрациях. Он образуется из азота воздуха при высокой температуре, в частности при сгорании топлива. Основными антропогенными источниками диоксида азота являются газовые и угольные электростанции, а также городской транспорт. В естественной среде он также образуется, но в малых концентрациях. Молекула неустойчива: в зависимости от условий среды, распадается за несколько суток.

Концентрация диоксида азота уверенно определяется при помощи дистанционных измерений со спутников.

В данной работе мы строим модель распространения диоксида азота вблизи крупного города и сравниваем с экспериментальными измерениями. Количество газа зависит от силы источника, скорости естественного распада, NO_2 и скорости ветра. Измерение всех параметров «на земле» потребовало бы существенного количества измерений, и создания дополнительной инфраструктуры. В масштабах страны это существенные расходы, поэтому возникает естественный вопрос, что можно получить по уже имеющимся данным. Сложность постановки задачи заключается в том, в эксперименте измеряются усредненные концентрации NO_2 в отдельные моменты времени, причём загрязнения могут висеть в воздухе несколько дней. Таким образом получаем обратную задачу: по известной итоговой концентрации необходимо найти исходные параметры.

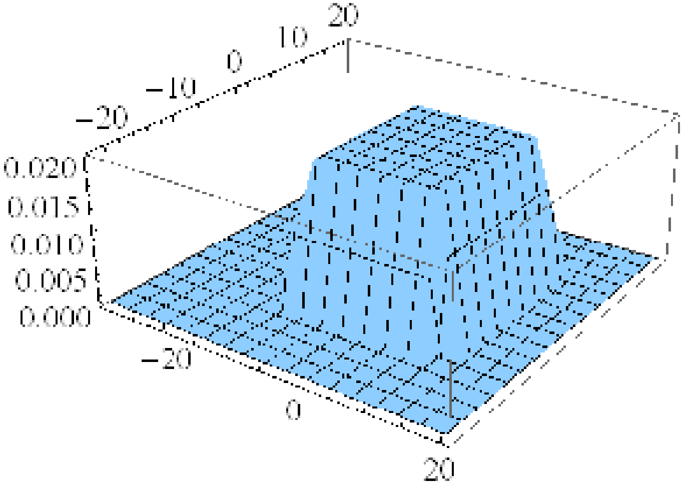
Линеаризованная модель распространения газовой примеси в атмосфере учитывает перенос примеси в направлении потока, турбулентную диффузию и возможный распад газовой примеси за счёт химических реакций. Процесс переноса примеси в атмосфере описывается уравнением:

$$\frac{\partial q}{\partial t} - K \cdot \Delta q + \vec{u}(t)\nabla q + hq = F\left(t, \vec{r}\right) \qquad (1)$$

Здесь *K* – коэффициент турбулентной диффузии, *u(t)* – скорость ветра, *h* – коэффициент распада газа в химических реакциях. *F(t,r)* – источник газа на единицу площади поверхности. Мы несколько упростили эту задачу, исключив из рассмотрения вертикальную координату.

В теоретической модели, используемой нами до сих пор, есть серьезное отличие от экспериментальных наблюдений. А именно, переменная скорость ветра. В реальности за несколько суток ветер может и поменяться. С другой стороны, из всех параметров задачи именно скорость ветра мы можем измерять в эксперименте независимо, в отличие от других параметров, таких как турбулентная вязкость или скорости распада газа.

Для иллюстрации мы задали игрек компоненту скорости ветра тригонометрической функцией sin(t/to), при постоянном сносе по оси икс.



$$\frac{\partial q}{\partial t} - K\cdot\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - K\cdot\frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + u(t)\frac{\partial q}{\partial x} + hq = f(x,y) \quad (2)$$

$$f(x,y) = q_0\left[\theta(x-L) - \theta(x+L)\right]\times$$
$$\times\left[\theta(y-L) - \theta(y+L)\right] + q_1.$$

Здесь 2*L* – характерный размер города. Мы также предположили, что газ NO_2 в основном выделяется в городе. И ещё предположили, что за пределами города существует некое фоновое значение газа. То есть, с теоретической точки зрения, мы добавили за пределами города дополнительный (слабый по сравнению с выделением газа в городе) источник газа q_1, который обеспечивает наличие этого фона. Чтобы получить решение уравнения (2) нужно получить фундаментальное решение уравнения (2). В данном случае фундаментальное решение имеет вид:

$$E(t,x,y) = \frac{\pi}{Kt}\exp\left(-\frac{4hKt^2 + t^2v^2 + x^2 + 2t_0vy + y^2 - 2t_0ux\cos\left[t/t_0\right] + t_0^2u^2\cos^2\left[t/t_0\right]}{4Kt}\right)$$

(3)

Чтобы получить решение уравнения (2), нужно сделать свёртку фундаментального решения с правой частью.

$$q(t,x,y)=\int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dy_1\, f(\tau, x_1, y_1) E(t-\tau, x-x_1, y-y_1) \qquad (4)$$

Интегрирование по координатам удалось выполнить явно за счёт принятой простой формы города. Таким образом, решение уравнения (2) представлено в виде однократного интеграла по времени.

$$q(x,y,t)=\int_0^t dt_a \frac{\pi^2 q_0 \exp(t_a-t)}{|L-tv+t_a v-y||L+tv-t_a v+y|}\big((L-tv+t_a v-y)|L+tv-t_a v+y|\cdot$$

$$\cdot\exp\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L-tv+t_a v-y)^2}{K(t-t_a)}}\right]+|L-tv+t_a v-y|(L+tv-t_a v+y)\cdot$$

$$\cdot\exp\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(L+tv-t_a v+y)^2}{K(t-t_a)}}\right]\big)\cdot\left(\exp\left[\frac{L+x-t_0 u\cdot\cos\left(\frac{t-t_a}{t_0}\right)}{2\sqrt{K(t-t_a)}}\right]+\exp\left[\frac{L-x+t_0 u\cdot\cos\left(\frac{t-t_a}{t_0}\right)}{2\sqrt{K(t-t_a)}}\right]\right)$$

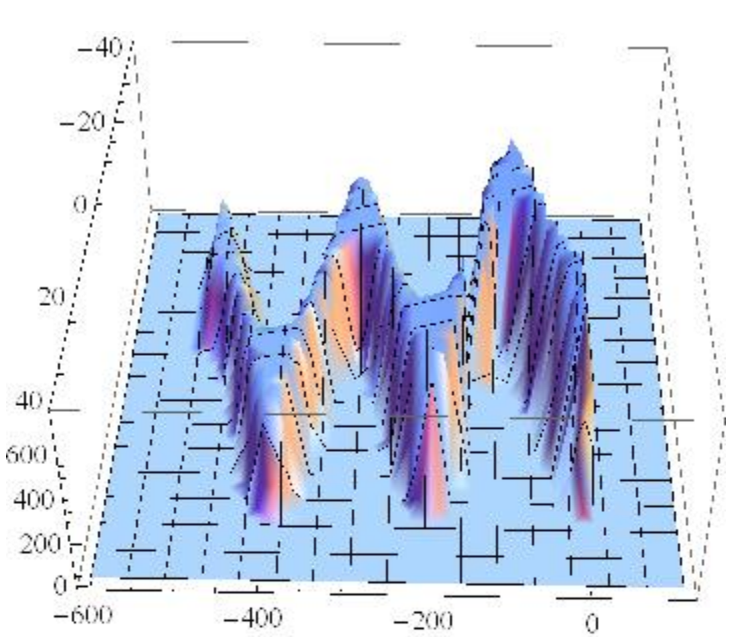
В модели размер города и скорость ветра *u* являются входящими параметрами, а искомыми параметрами становятся K, h, q_0, q_1. Оптимальные значения параметров ищем путём минимизации функционала.

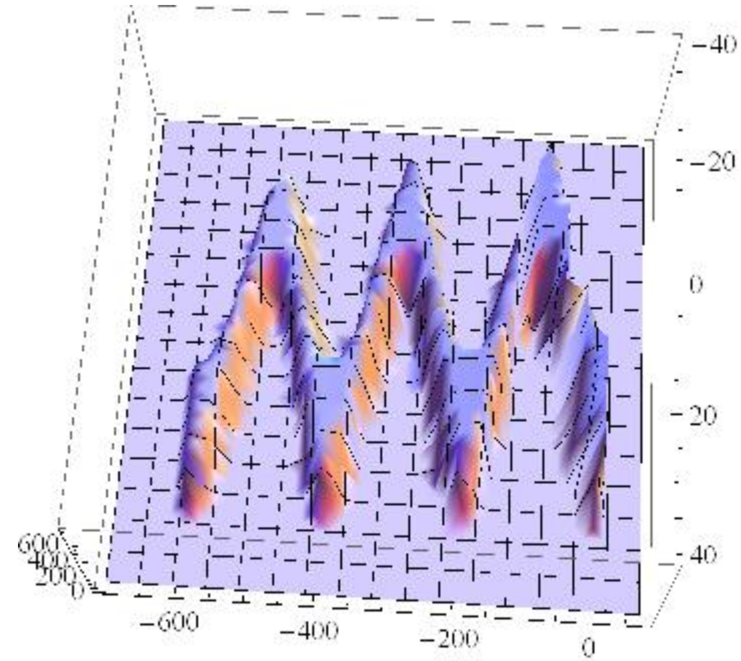
$$\frac{\partial q}{\partial t} - K \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - K \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + u(t)\frac{\partial q}{\partial x} + hq = f(x, y)$$

$$f(x, y) = q_0\left[\theta(x-L) - \theta(x+L)\right]\left[\theta(y-L) - \theta(y+L)\right] + q_1.$$

Для примера на картинке внизу скорость ветра колеблется между северо-западным и юго-западным. Скорость ветра можно, например, аппроксимировать полиномом по времени и эту полиномиальную зависимость можно подставить в модель. Такая зависимость легко интегрируется, и получим теоретический результат задачи со скоростью ветра, зависящего от времени. В этом случае экспериментальные графики количества газа NO_2 в зависимости от скорости ветра приобретут более понятный смысл.

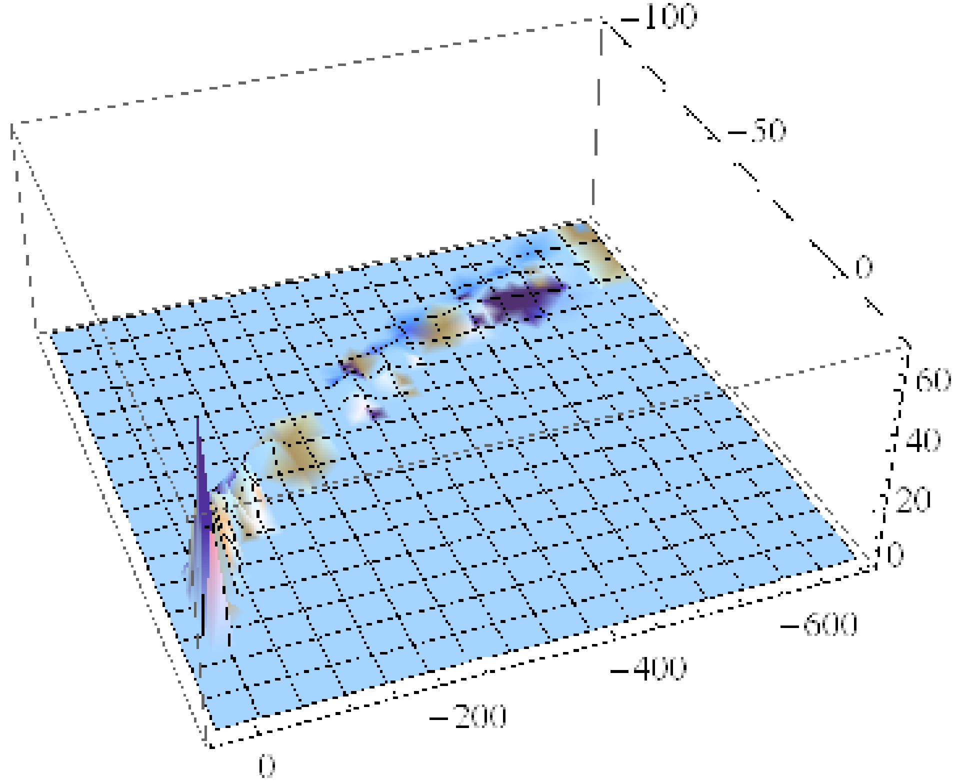
Для иллюстрации зададим игрек компоненту скорости ветра тригонометрической функцией sin(t/to), при постоянном сносе по оси икс. Синус задан только для иллюстрации, его нужно будет заменить на другую функцию, больше отвечающую измеренным скоростям ветра. Получаем график концентрации газа NO_2 в зависимости от координат:





Данные заданы такие – скорость распада газа h=0.00003 сек$^{-1}$. Или (h3600)$^{-1}$ = =9,259 час$^{-1}$. Скорость $\mathbf{u_x}$=11м/сек. Скорость $\mathbf{v_y}$=20м/сек. Форма города – квадратная. Расстояние от центра города до любой его стороны 10 километров. Скорость выделения газа в городе q0=0.02 micromol/(m^2 sec). Фон q1=0.0001 micromol/(m^2 sec).

Задаём зависимость компоненты $\mathbf{u_x}$ от времени в виде линейной функции. Получаем график концентрации газа NO_2 в зависимости от координаты:



Спасибо за внимание!