

# Об определении распределения источников двуокиси азота в тропосфере по измерениям КА серии Ресурс-П

Христова А.С.<sup>1,2\*</sup>, Постыляков О.В.<sup>1\*\*</sup>, Чуличков А.И.<sup>1,2</sup>, Боровский А.Н.<sup>1</sup>,  
Мухартова Ю.В.<sup>2</sup>, Макаренков А.А.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт физики атмосферы РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>3</sup> Рязанский государственный радиотехнический университет, Рязань, Россия

\*askhristova@gmail.com, \*\*oleg.postylyakov@gmail.com

Ссылка на видео доклада: [https://vkvideo.ru/video-227431222\\_456239864?t=2h44m3s](https://vkvideo.ru/video-227431222_456239864?t=2h44m3s)

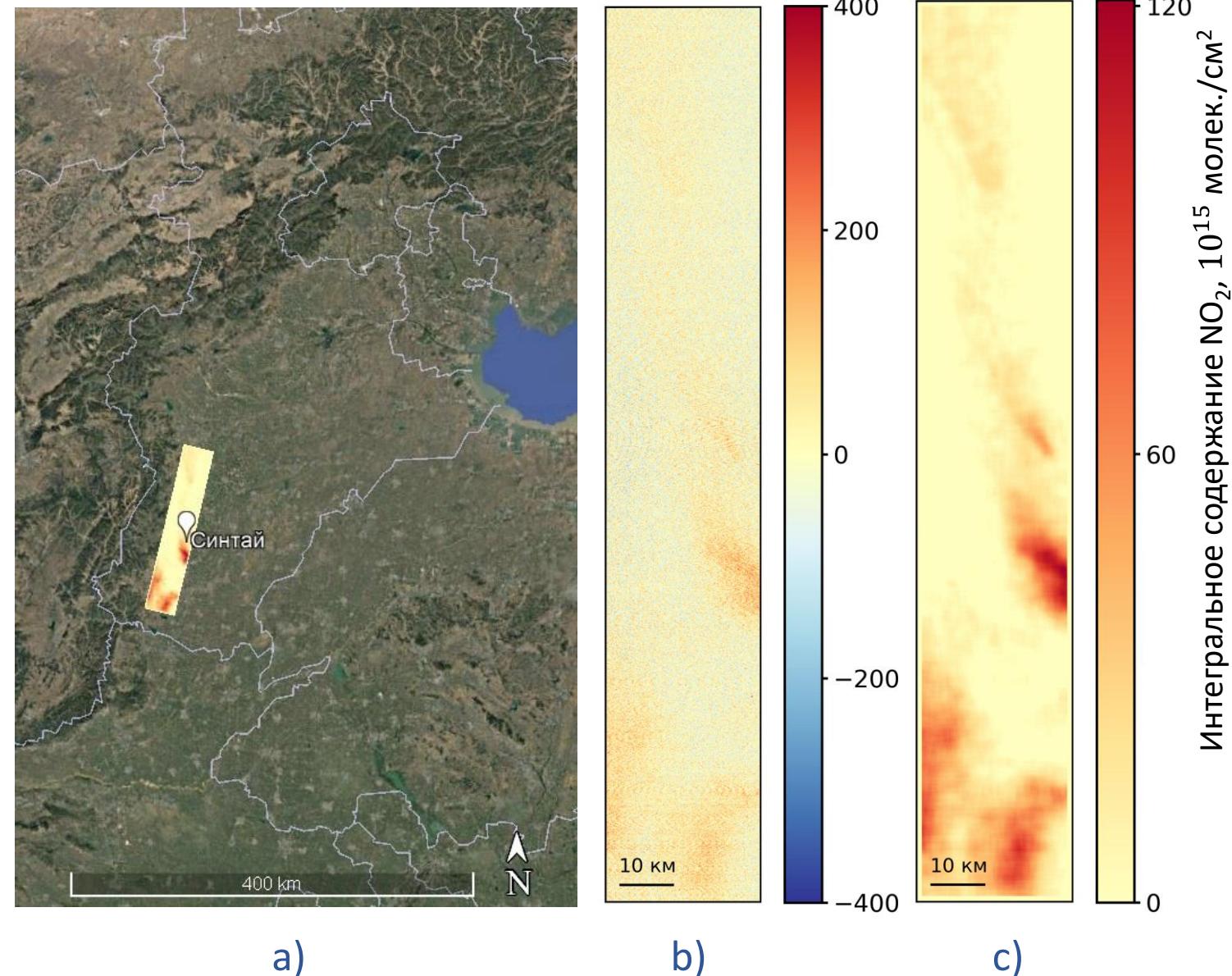
1. Полученные ранее результаты
2. Постановка задачи
3. Рассмотренные методы восстановления:
  - I. Метод смещенной линейной статистической оценки
  - II. Метод квадратичного программирования
4. Результат восстановления реальных данных

# Снимок NO<sub>2</sub> высокого разрешения

В 2016-2017, используя измерения ГСА «Ресурс-П», был разработан метод определения пространственного распределения интегрального содержания тропосферного NO<sub>2</sub>, с горизонтальным пространственным разрешением до 2.4 км на сетке с шагом 120 м. Это значительно превысило разрешение других доступных спутниковых инструментов, благодаря чему впервые появилась возможность идентифицировать локальные источники загрязнения NO<sub>2</sub> и их шлейфы.

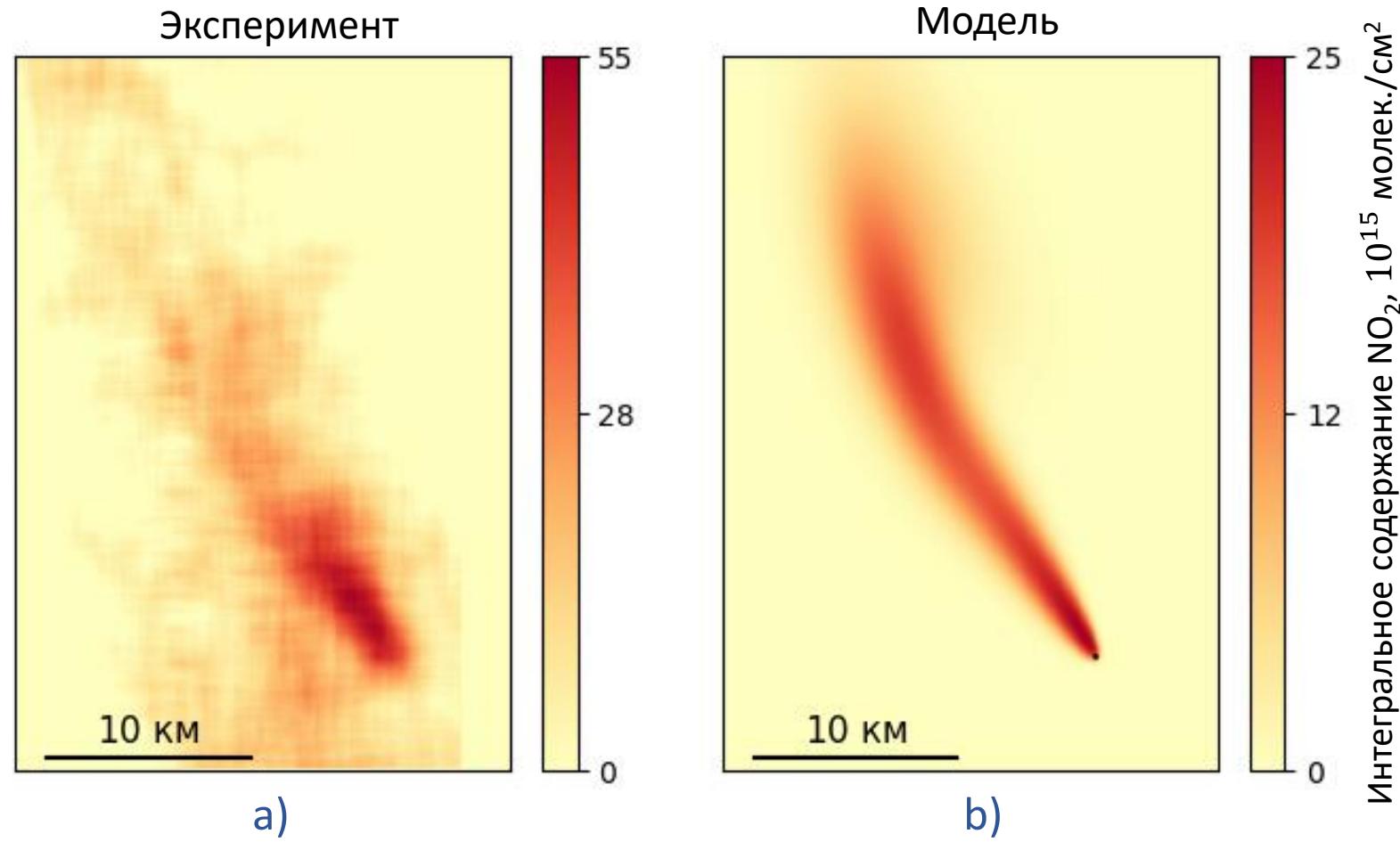
- a) Расположение маршрута в крупном масштабе
- b) Измеренное ГСА/Ресурс-П содержание NO<sub>2</sub> на сетке 120 м
- c) Изображение b, усреднённое медианным фильтром 20x20 пикселей

Данные съемки 29 сентября 2016 года над провинцией Хэбэй, Китай.



# Химико-транспортная модель

Для исследования тонких структур, обнаруженных в полях, были разработаны методы химико-транспортного моделирования шлейфов  $\text{NO}_2$ . Эти методы, в сочетании с данными космического мониторинга, позволяют моделировать поле тропосферного  $\text{NO}_2$ , задав распределение источников.



- a) Шлейф, наблюдаемый в эксперименте (фрагмент спутникового изображения, усредненного медианным фильтром)
- b) Результат моделирования этого шлейфа  $\text{NO}_2$  (для заданного точечного источника мощностью  $1.1 \times 10^{24}$  молек./с на высоте 150 м)

# Постановка задачи

Обозначим:

$f(x, y)$  – функция распределения источников  $\text{NO}_2$ , которую хотим оценить,

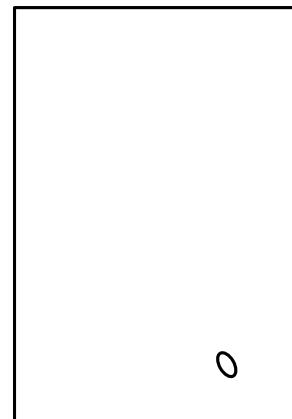
$k(x, y)$  – шлейф  $\text{NO}_2$  от стационарного точечного источника, рассчитанный по построенной химико-транспортной модели,

$\xi(x, y)$  – измеренное интегральное содержание  $\text{NO}_2$ .

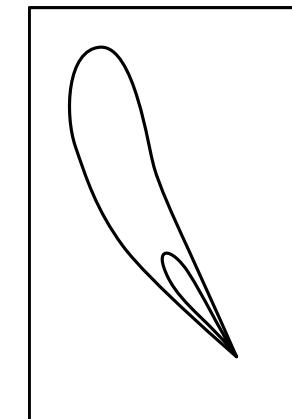
Представим функцию  $\xi(x, y)$  измеренного интегрального содержания  $\text{NO}_2$  в виде свёртки:

$$\xi(x, y) = k(x, y) * f(x, y) + n(x, y) = \int k(x - x', y - y')f(x', y')dx'dy' + n(x, y),$$

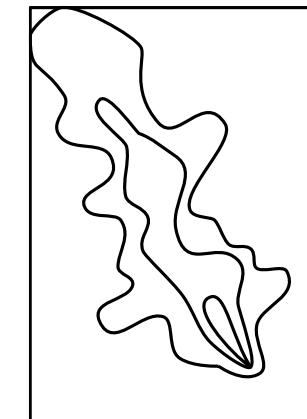
где  $n(x, y)$  – шум измерения.



$f(x, y)$



$k(x, y)$



$\xi(x, y)$

Считаем, что

1. Интегральное содержание  $\text{NO}_2$  зависит от интенсивности источника практически линейно в диапазоне адекватных значений мощности источника.
2. В рассматриваемой области модель шлейфа точечного источника мало зависит от того, где он расположен.

Также предполагаем, что функции  $g(x, y), k(x, y), f(x, y)$  периодически продолжаемы на всю числовую плоскость  $R^2$ . Тогда по теореме о свертке имеем для их образов Фурье

$$\tilde{\xi}(\omega) = \tilde{k}(\omega)\tilde{f}(\omega) + \tilde{n}(\omega).$$

# Смещенная линейная статистическая оценка

Пусть  $n(x, y)$  – независимые случайные величины,  $\mathbf{E}n(x, y) = 0$ ,  $\mathbf{E}n^2(x, y) = \sigma^2$ .

Будем искать оценку  $\hat{f}$  как решение задачи синтеза измерительного прибора на измерительно-вычислительных системах. Представим оценку в виде линейного преобразования редукции:

$$\hat{f}(\omega) = \tilde{r}(\omega)\tilde{\xi}(\omega) = \tilde{f}(\omega) + (\tilde{r}(\omega)\tilde{k}(\omega) - 1)\tilde{f}(\omega) + \tilde{r}(\omega)\tilde{n}(\omega).$$

Ставится задача на минимизацию операторной невязки при ограничении на уровень шума оценивания

$$\inf_{\tilde{r}(\omega)} \left\{ \underbrace{\|\tilde{r}(\omega)\tilde{k}(\omega) - 1\|^2}_{\text{невязка}} \mid \underbrace{\mathbf{E}\|\tilde{r}(\omega)\tilde{n}(\omega)\|^2}_{\text{шум оценивания}} \leq \varepsilon \right\},$$

решением которой является оператор редукции

$$\hat{r}(\omega) = \frac{\tilde{k}^*(\omega)}{|\tilde{k}(\omega)|^2 + \lambda_\varepsilon}.$$

Тогда оценка  $\hat{f}$  находится как

$$\hat{f}(\omega) = \hat{r}(\omega)\tilde{\xi}(\omega) = \frac{\tilde{k}^*(\omega)}{|\tilde{k}(\omega)|^2 + \lambda_\varepsilon} \tilde{\xi}(\omega).$$

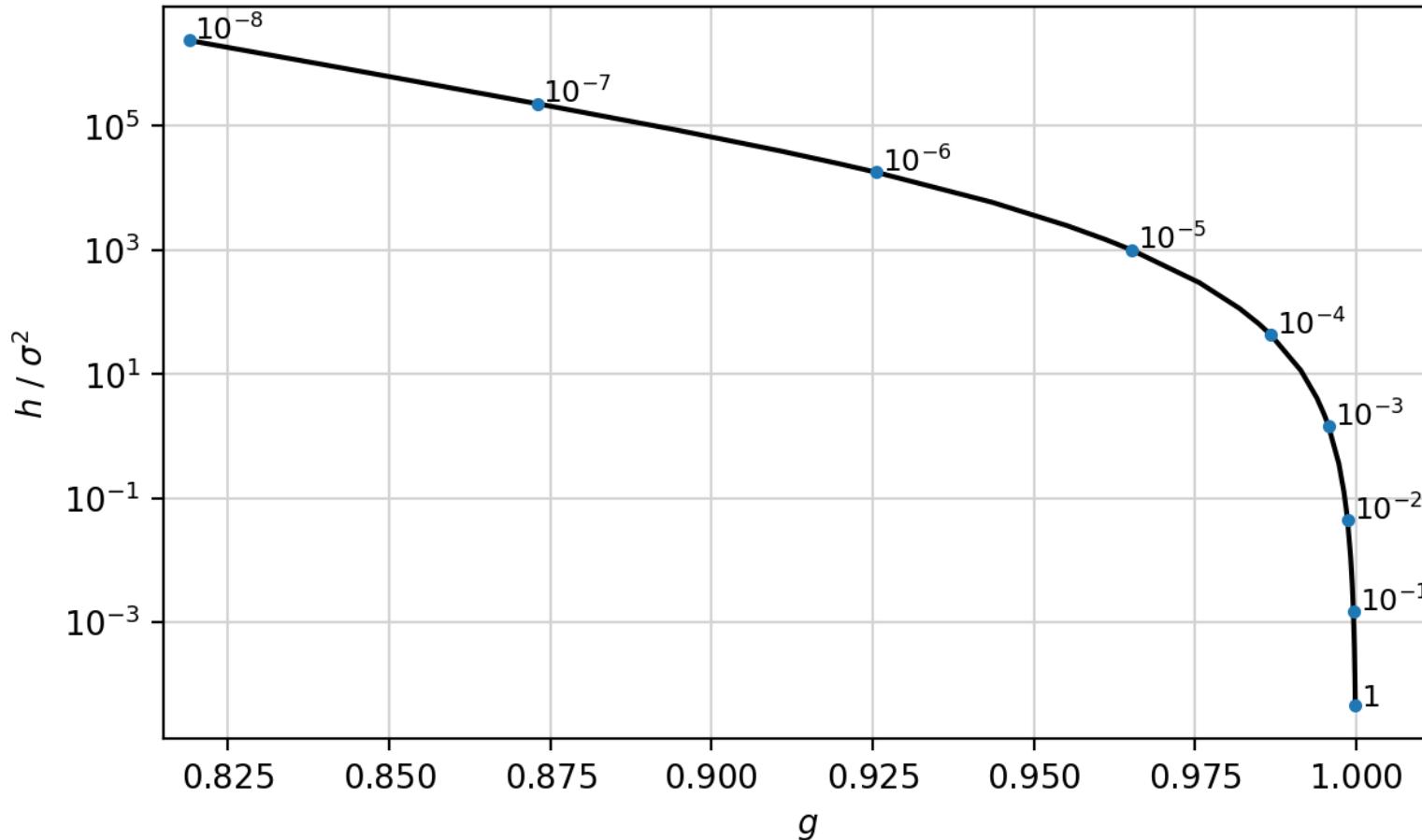
\* – комплексное сопряжение

# Смещенная линейная статистическая оценка

Таким образом, решение задачи связано с двумя функциями:

Операторная невязка  $g(k, \lambda_\varepsilon) = \|\tilde{r}(\omega)\tilde{k}(\omega) - 1\|^2 = \left\| \frac{\lambda_\varepsilon}{|\tilde{k}(\omega)|^2 + \lambda_\varepsilon} \right\|^2$

Шум оценивания  $h(k, \lambda_\varepsilon) = \mathbf{E}\|\tilde{r}(\omega)\tilde{n}(\omega)\|^2 = \sigma^2\|\tilde{r}(\omega)\|^2 = \sigma^2 \left\| \frac{\tilde{k}^*(\omega)}{|\tilde{k}(\omega)|^2 + \lambda_\varepsilon} \right\|^2$



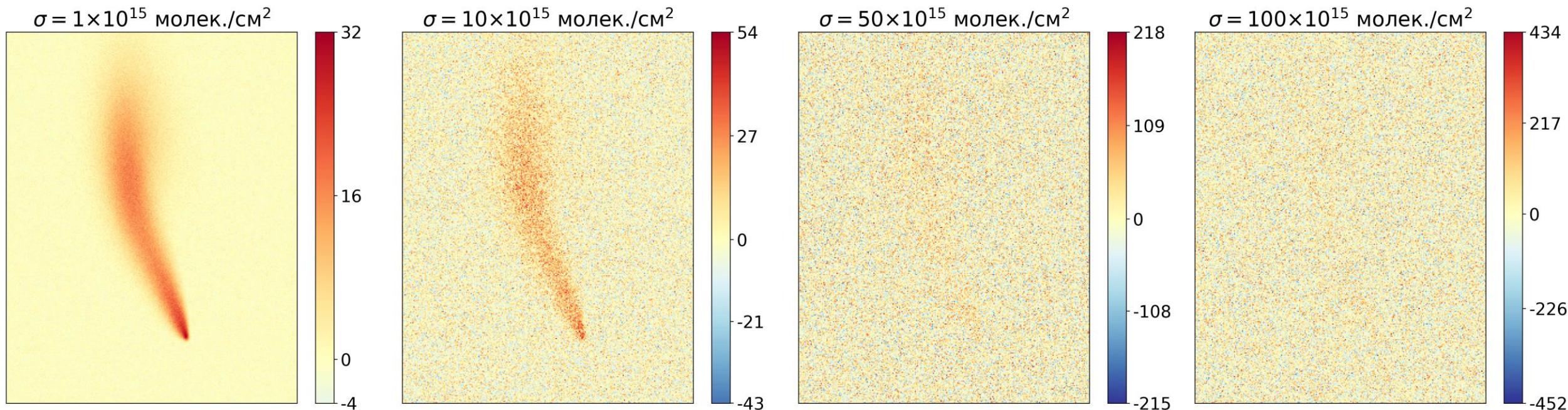
Зависимость  $h(g)$  называется *оперативной характеристикой* задачи.

Пример оперативной характеристики задачи СЛСО. Показаны точки, соответствующие различным значениям параметра  $\lambda_\varepsilon$ .

# Смещенная линейная статистическая оценка

Исследуем метод СЛСО в численном эксперименте:

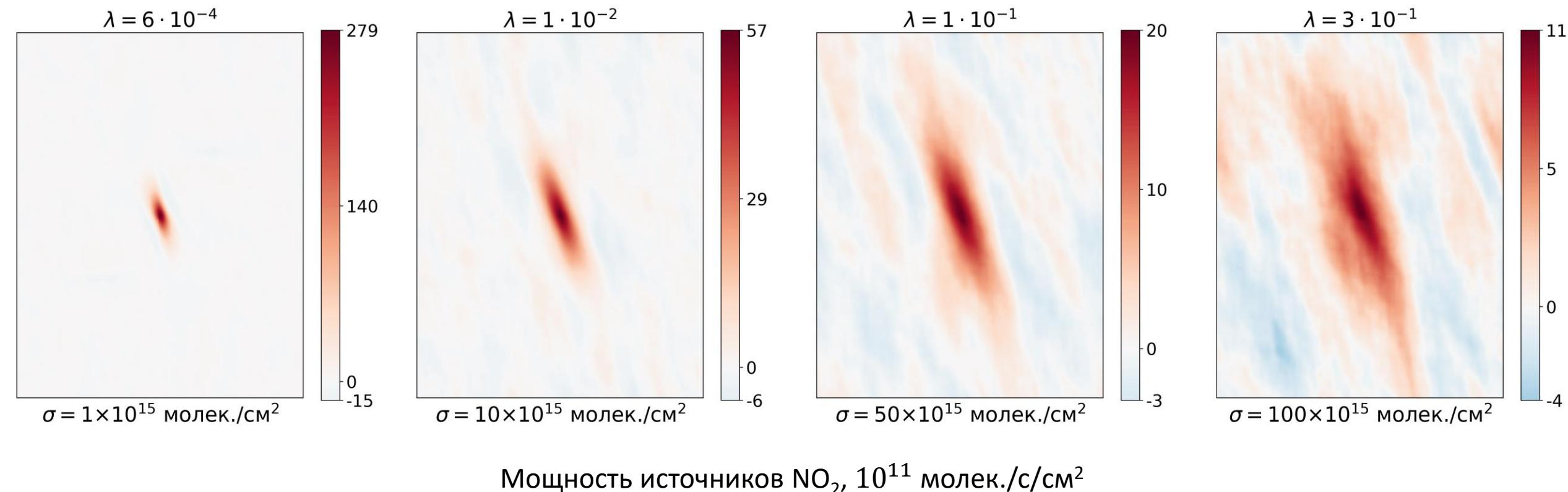
$$\xi(x, y) = k(x, y) + n(x, y), \quad n(x, y) \in N(0, \sigma^2)$$



Интегральное содержание NO<sub>2</sub>, 10<sup>15</sup> молек./см<sup>2</sup>

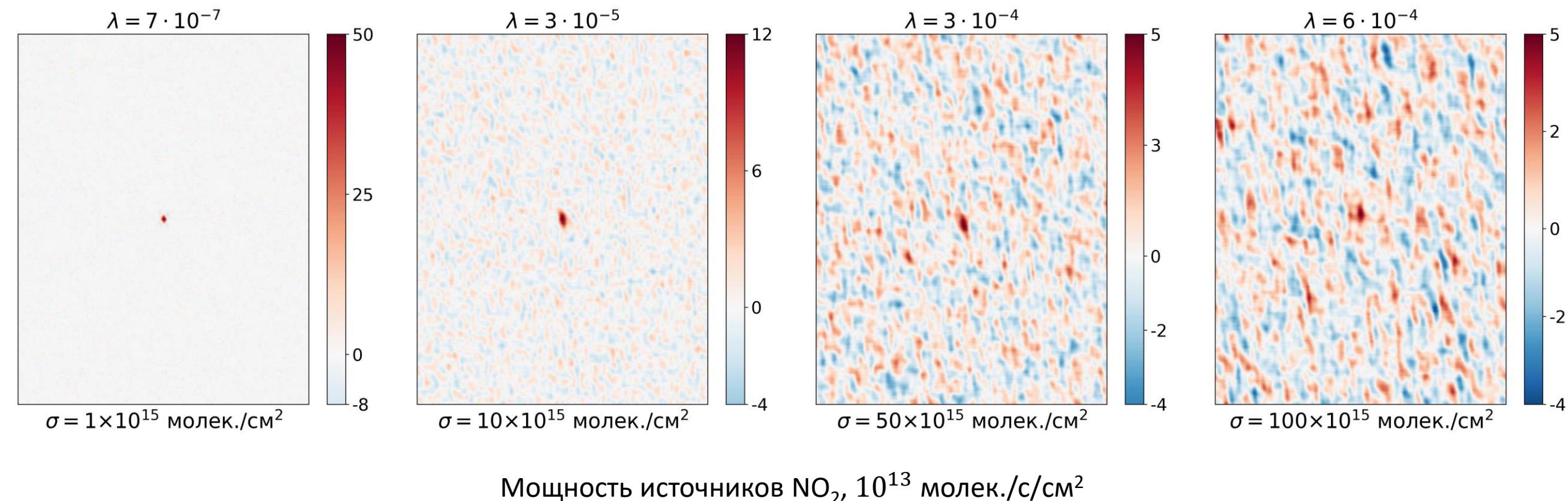
# Смещенная линейная статистическая оценка

Восстановление при постоянном шуме оценивания  $h^{1/2} = 10^{11} \frac{\text{молек.}}{\text{с}\cdot\text{см}^2}$ . При увеличении дисперсии шума увеличивается операторная невязка (происходит размытие), и уменьшается соотношение сигнал-шум.



# Смещенная линейная статистическая оценка

Восстановление при постоянном шуме оценивания  $h^{1/2} = 10^{13} \frac{\text{молек.}}{\text{с}\cdot\text{см}^2}$ . Увеличение шума редукции  $h$  приводит к уменьшению операторной невязки  $g$ . При больших  $\sigma$  это приводит к тому, что при восстановлении шум интерпретируется как сигнал.



Чтобы учесть неотрицательность восстанавливаемой функции  $f(x, y)$ , поставим задачу как задачу квадратичного программирования, т.е. как решение задачи минимизации с ограничениями

$$\check{f}(x, y) = \arg \inf_f \{ \|\xi - k * f\|^2 \mid f(x, y) \geq 0 \}.$$

Минимизация функционала проводилась методом проекции градиента. В общем виде этот метод представляет собой итерационную процедуру, где на каждом шаге делается шаг против градиента, который затем проецируется в разрешенную область:

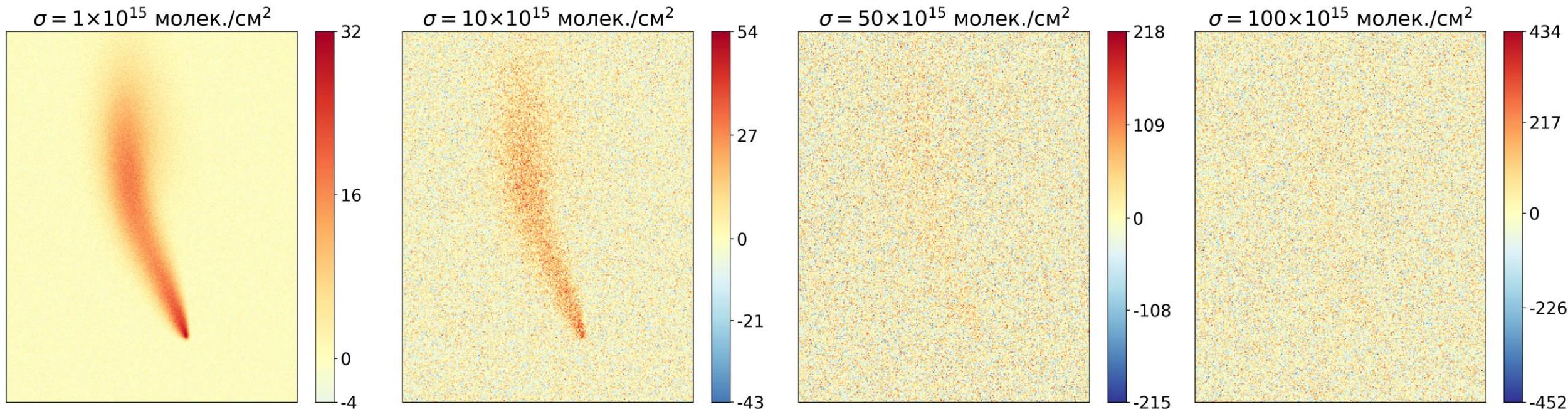
$$f^{n+1} = P_+(f^n + \alpha_n d_n)$$

\* — свёртка

# Смещенная линейная статистическая оценка

Исследуем метод квадратичного программирования в численном эксперименте:

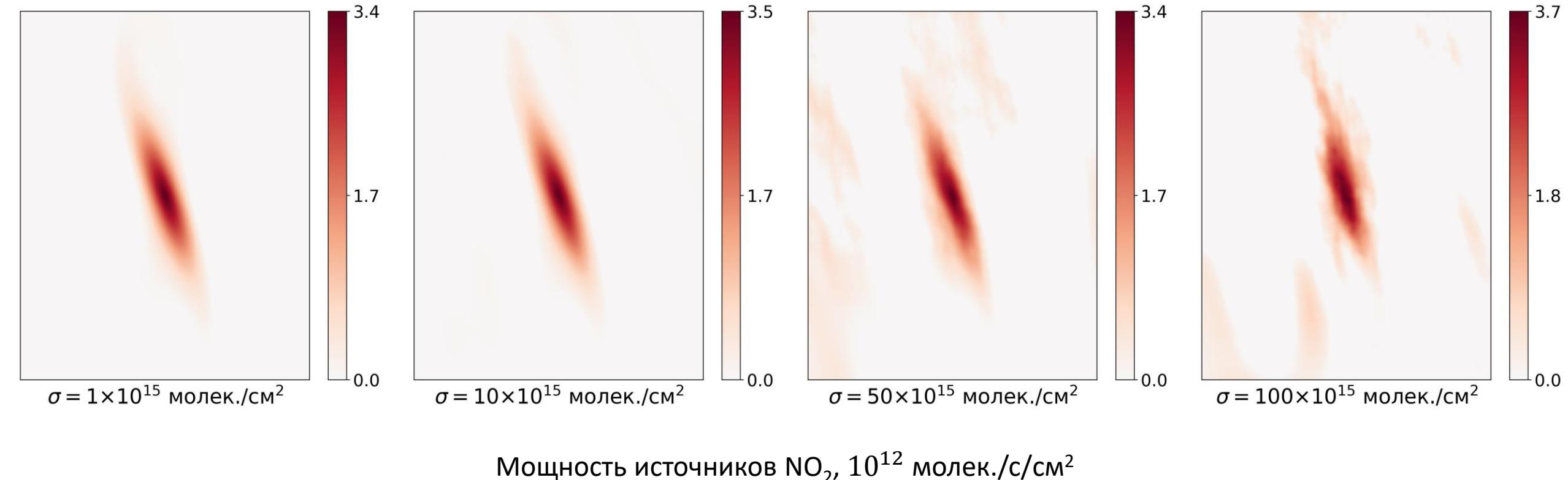
$$\xi(x, y) = k(x, y) + n(x, y), \quad n(x, y) \in N(0, \sigma^2)$$



Интегральное содержание  $\text{NO}_2$ ,  $10^{15}$  молек./ $\text{cm}^2$

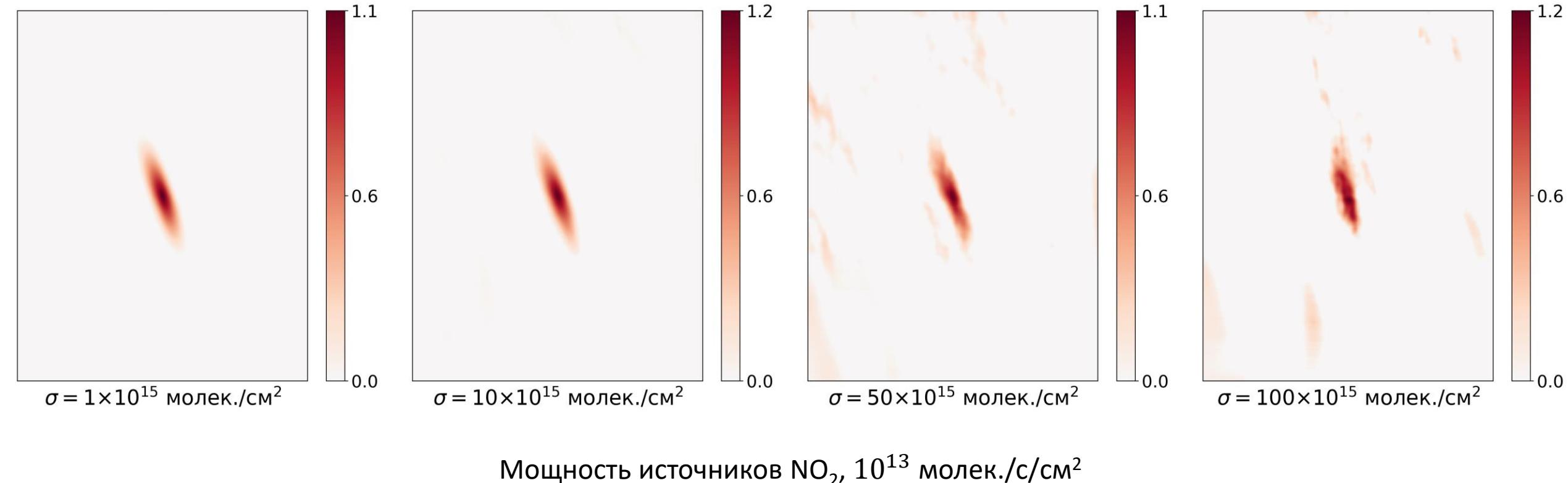
# Оценка метода квадратичного программирования

Градиентный спуск с нулевым начальным приближением, 10 итераций.



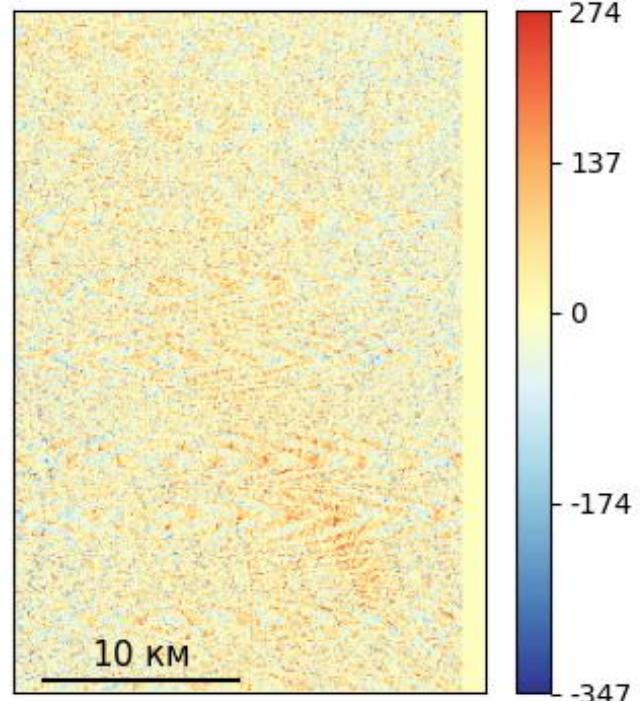
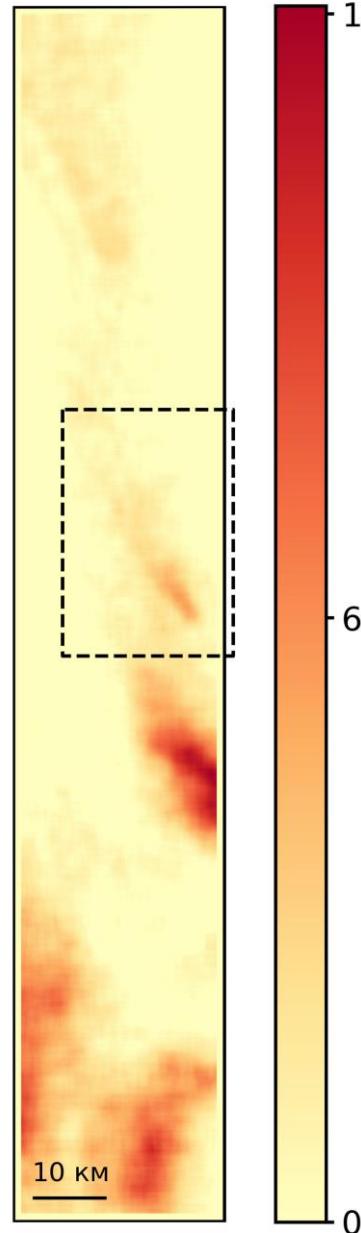
# Оценка метода квадратичного программирования

Градиентный спуск с нулевым начальным приближением, 100 итераций.

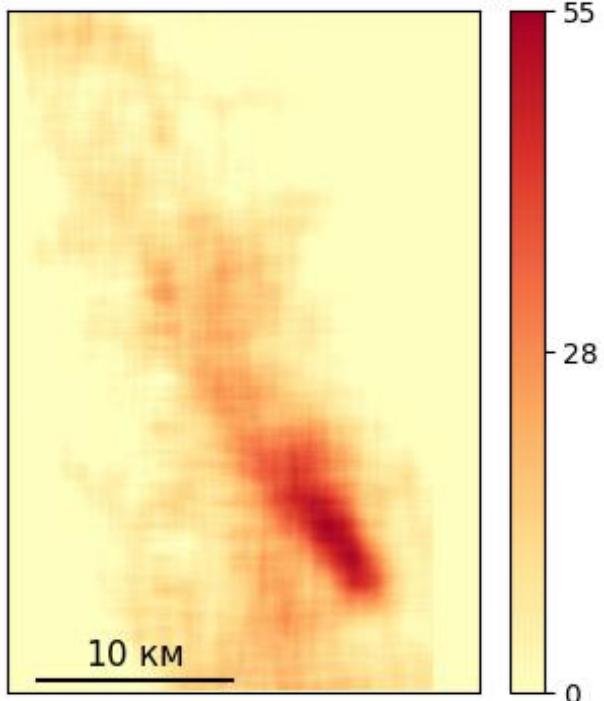


# Результат восстановления реальных данных

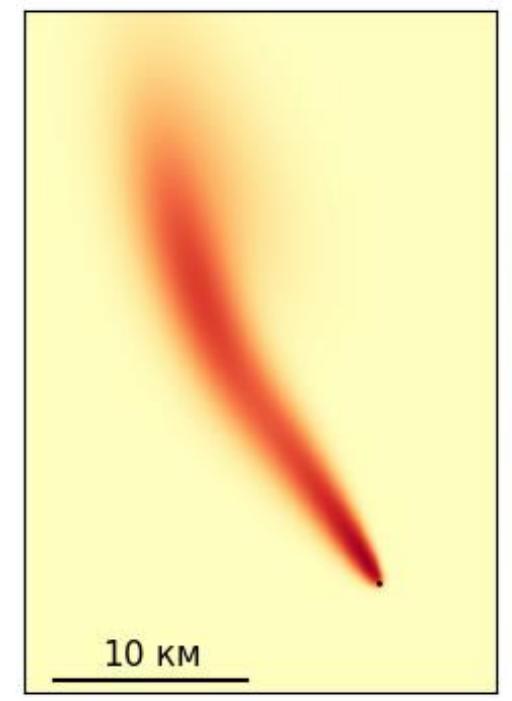
Слева: интегральное содержание  $\text{NO}_2$  в тропосфере по маршруту съемки,  $10^{15}$  молек./ $\text{см}^2$ .  
Пунктирной рамкой выделена область шлейфа с точечным источником выбросов.



a)



b)



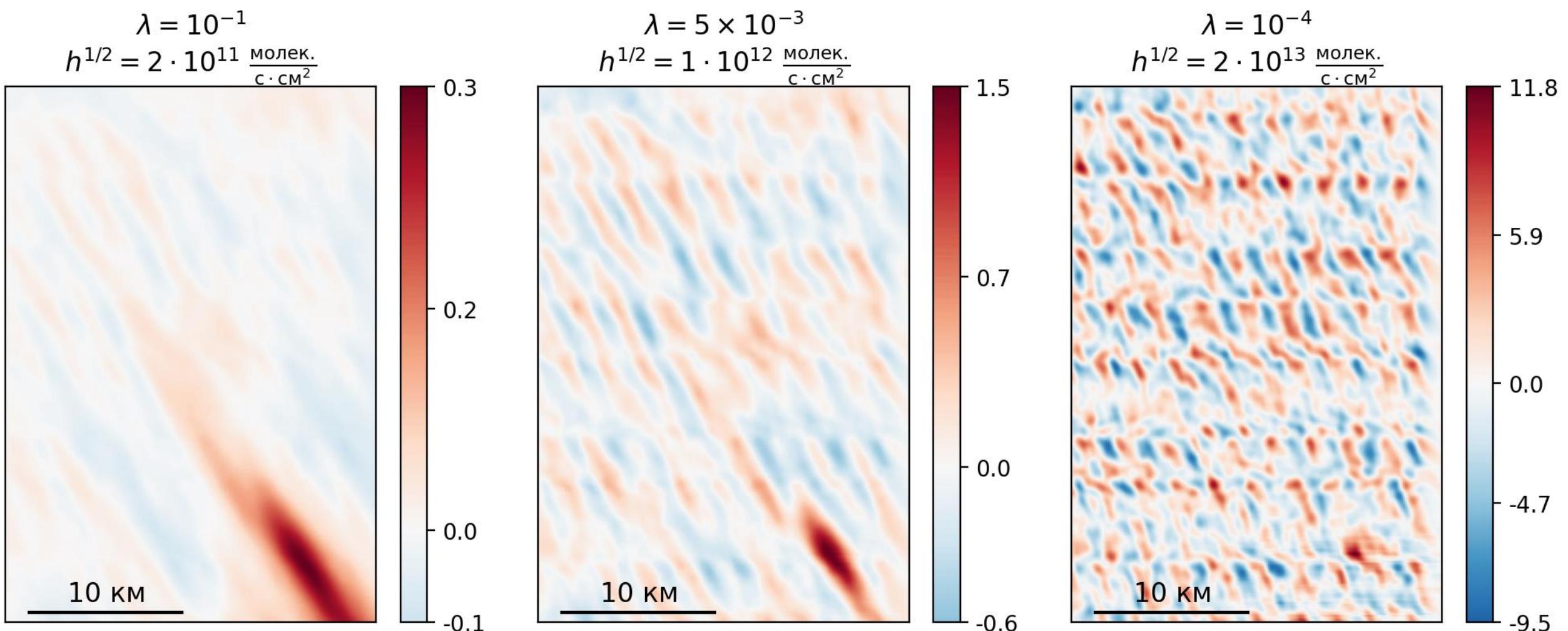
c)

Интегральное содержание  $\text{NO}_2$  в области, выделенной рамкой

- a) измеренное ГСА/Ресурс-П содержание на сетке 120 м (значения существенно искажены шумом)
- b) Изображение a, усреднённое медианным фильтром 20x20 пикселей
- c) результат моделирования моделирования шлейфа  $\text{NO}_2$  (для точечного источника мощностью  $1,1 \times 10^{24}$  молек./с на высоте 150 м)

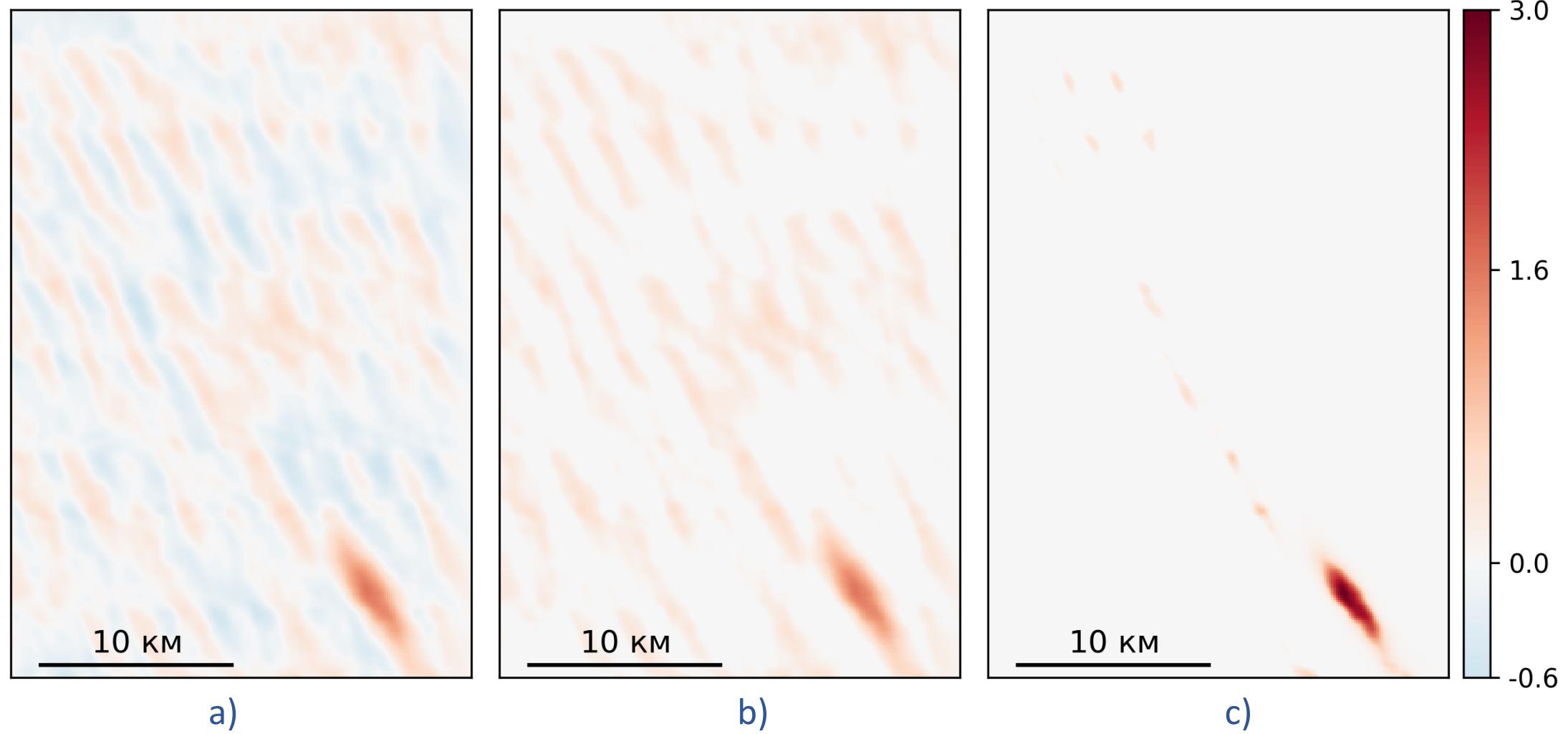
Интегральное содержание  $\text{NO}_2$ ,  $10^{15}$  молек./ $\text{см}^2$

# Результат восстановления реальных данных



Оценки распределения источников NO<sub>2</sub> методом СЛСО для разных значений параметров  $\lambda_e$ ,  
 $10^{13}$  молек./с/см<sup>2</sup>

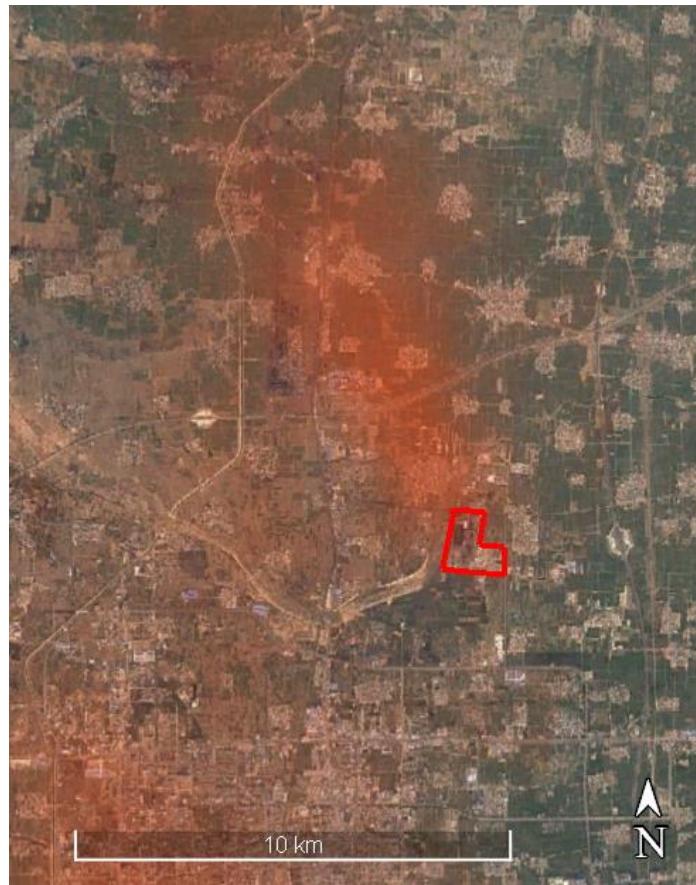
# Результат восстановления реальных данных



Результаты восстановления распределения источников NO<sub>2</sub>, 10<sup>13</sup> молек./с/см<sup>2</sup>

- a) методом СЛСО с  $\lambda_\varepsilon = 0.005$
- b) методом проецирования оценки СЛСО с  $\lambda_\varepsilon = 0.005$
- c) методом квадратичного программирования

# Результат восстановления реальных данных



Место, где достигается максимум плотности источников, согласуется с расположением предприятия Xingtai production base компании China Risun Group Limited ( $37^{\circ}08'40''114^{\circ}32'20''\text{E}$  (China Risun 2019), которая является крупнейшим в мире производителем кокса (China Risun site).

Предложенные методы позволяют получить оценку функции плотности распределения источников загрязнения, непосредственно из данных, полученных на сетке  $120 \times 120 \text{ м}^2$ , несмотря на значительный уровень шума в этих исходных данных.

Нелинейный метод квадратичного программирования, который позволил учесть неотрицательность плотности источников  $\text{NO}_2$ , дал результат с лучшей локализацией источников и был меньше искажен шумом по сравнению со смещенной линейной оценкой.

# Спасибо за внимание!

Ссылка на видео доклада: [https://vkvideo.ru/video-227431222\\_456239864?t=2h44m3s](https://vkvideo.ru/video-227431222_456239864?t=2h44m3s)