Двадцать четвертая международная конференция
"СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА"

Вариационная ассимиляция разнородных данных наблюдений в модели динамики Черного моря

Пармузин Е.И., Агошков В.И., Захарова Н.Б.

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука Российской академии наук

Мотивация

- Модель, как правило, представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих состояние морской среды; при этом учесть все факторы, влияющие на результат, бывает довольно сложно.
- Алгоритмы ассимиляции данных позволяют скорректировать результаты модельных расчётов.
  1. Совместное использование разнородных и разреженных наблюдений.
  2. Уточнение параметров и структуры модели.
  3. Оперативная адаптация и мониторинг в реальном времени.
- В последние годы благодаря росту объёма наблюдений методы ассимиляции данных становятся всё более эффективными.
- Практически все современные модели используют алгоритмы ассимиляции данных для построения реанализа и прогноза.

Общая постановка задачи ассимиляции данных

Рассмотрим математическую модель, описывающую эволюцию гидродинамической системы в виде

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi}{dt} = M(\varphi, t), \quad t > 0 \\ \varphi|_{\delta\Omega} = x_0, \end{cases}$$

где φ – вектор состояния модели, M – динамический оператор модели, x_0 – вектор граничного условия.
Наблюдения задаются некоторой вектор-функцией $y^0(t)$, которая удовлетворяет уравнению

$$y^0(t) = H\left(\varphi^t, t\right) + \varepsilon,$$

где H – оператор наблюдений, φ^t - *истинное поле*, ε - функция ошибки (шум). Функция $y^0(t)$ считается заданной, в то время как информация о ε, как правило, отсутствует.

Задача об усвоении данных

Пусть один из параметров модели (начальное условие, граничное условие, правую часть и т.д.) выбирается в качестве неизвестного управления. Тогда замыкание этой системы может быть получено с помощью данных наблюдений.

Задача об усвоении данных: *при заданной функции наблюдений $y^0(t)$ требуется найти неизвестные параметры модели (начальное условие, граничное условие, правую часть и т.д.), так, чтобы вектор состояния φ удовлетворял исходной непрерывной задаче, а вектор $H(\varphi)$ был близок в каком-либо смысле к $y^0(t)$.*

Найденное в результате решение φ называется оценкой состояния.

В качестве замыкания системы введем в рассмотрение функционал стоимости зависящий от неизвестного управления x_0 и данных наблюдений y^0, который и будем минимизировать:

$$\inf_{x_0} J(\varphi, x_0, y^0)$$

Функционалы стоимости

В настоящем исследовании дополнительными неизвестными (“управлениями”) для **температуры** являются функции полного потока Q и функция в правой части U_c. Тогда функционал стоимости принимает вид:

$$J_\alpha \equiv J_\alpha(Q, U_c, T) = \frac{1}{2}\int_0^{\bar{t}}\int_\Omega |Q - Q^{(0)}|\mathcal{B}^{-1}|Q - Q^{(0)}|d\Omega dt + J_0(T) + J_1(U_c, T),$$

$$J_0(T) = \frac{1}{2}\int_0^{\bar{t}}\int_\Omega m_0|T - T^\circ_{obs}|\mathcal{R}^{-1}|T - T^\circ_{obs}|d\Omega dt.$$

$$J_1(U_c, T) = \frac{1}{2}\int_0^{\bar{t}}\int_D \alpha(U_c - U_c^{(0)})^2 + m_0(T - T_{obs})^2 dDdt.$$

Здесь: $Q^{(0)}, U_c^{(0)}(z), V_c^{(0)}(z)$ – заданные функция, $\mathcal{R}^{-1}$ - ковариационная матрица ошибок данных наблюдений, $\mathcal{B}^{-1}$ - ковариационная матрица ошибок бэкграунда.

Дополнительными неизвестным (“управлением”) для **солености** являются функции в правой части V_c. А функционла принимает вид:

$$J_S(V_c, T) = \frac{1}{2}\int_0^{\bar{t}}\int_D \alpha(V_c - V_c^{(0)})^2 + m_0(S - S_{obs})^2 dDdt.$$

Система оптимальности как способ минимизации функционала

Задача вариационной ассимиляции формулируется следующим образом: *требуется найти полное решение системы* (T, S, ζ, u, v) *и функции* Q, U_c и V_c, *такие, чтобы на них функционалы принимали наименьшее значение.*

$$J_\alpha(Q, U_c, T) \to \inf; \qquad J_S(V_c, T) \to \inf .$$

Задача решается методами предложенными Г.И. Марчуком и развитыми В.И. Агошковым:

- Рассматривается необходимое условие оптимальности grad $J_\alpha = 0$;
- Вводиться сопряженная задача с правой частью зависящей от решения прямой задачи и данных наблюдений;
- Дополнительное условие на управление определяет минимум функционала;
- Последовательное решение получившейся системы решает задачу вариационной ассимиляции данных.

Система оптимальности. Температура.

$$\begin{cases} T_t + \dfrac{1}{2}\left(w_1 \dfrac{\partial T}{\partial z} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial (r^2 w_1 T)}{\partial z}\right) - \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial z} r^2 \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} = f_T + U_c, \\ T_{t_0} = T_0, \quad t \in [t_0, t_1] \\ -\nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0} = Q, \qquad \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_t^* - \dfrac{1}{2}\left(w_1 \dfrac{\partial T^*}{\partial z} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial (r^2 w_1 T^*)}{\partial z}\right) - \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial z}\left(r^2 \nu_T \dfrac{\partial T^*}{\partial z}\right) = (T - T_{\text{obs}}) \\ T_{t_1}^* = 0, \quad t \in [t_0, t_1] \\ \nu_T \dfrac{\partial T^*}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0, \quad \left(-w_1 T^* - \nu_T \dfrac{\partial T^*}{\partial z}\right)\Big|_{z=0} = m_0 \mathcal{R}^{-1}(T - T_{\text{obs}}^{\circ}), \end{cases}$$

$$\mathcal{B}^{-1}(Q - Q^{(0)}) + T^*_{z=0} = 0$$

$$\alpha_u (U_c - U_c^{(0)}) + T_z^* = 0$$

Система оптимальности. Соленость.

$$\begin{cases} S_t + \frac{1}{2}\left(w_1\frac{\partial S}{\partial z} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 w_1 S)}{\partial z}\right) - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial z} r^2 \nu_S \frac{\partial S}{\partial z} = f_S + V_c, \\ S_{t_0} = S_0, \quad t \in [t_0, t_1] \\ -\nu_S \frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z=0} = Q_S, \qquad \nu_S \frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_t^* - \frac{1}{2}\left(w_1\frac{\partial S^*}{\partial z} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 w_1 S^*)}{\partial z}\right) - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(r^2 \nu_S \frac{\partial S^*}{\partial z}\right) = (S - S_{\text{obs}}) \\ S_{t_1}^* = 0, \quad t \in [t_0, t_1] \\ \nu_S \frac{\partial S^*}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0, \quad \left(-w_1 S^* - \nu_S \frac{\partial S^*}{\partial z}\right)\Big|_{z=0} = 0, \end{cases}$$

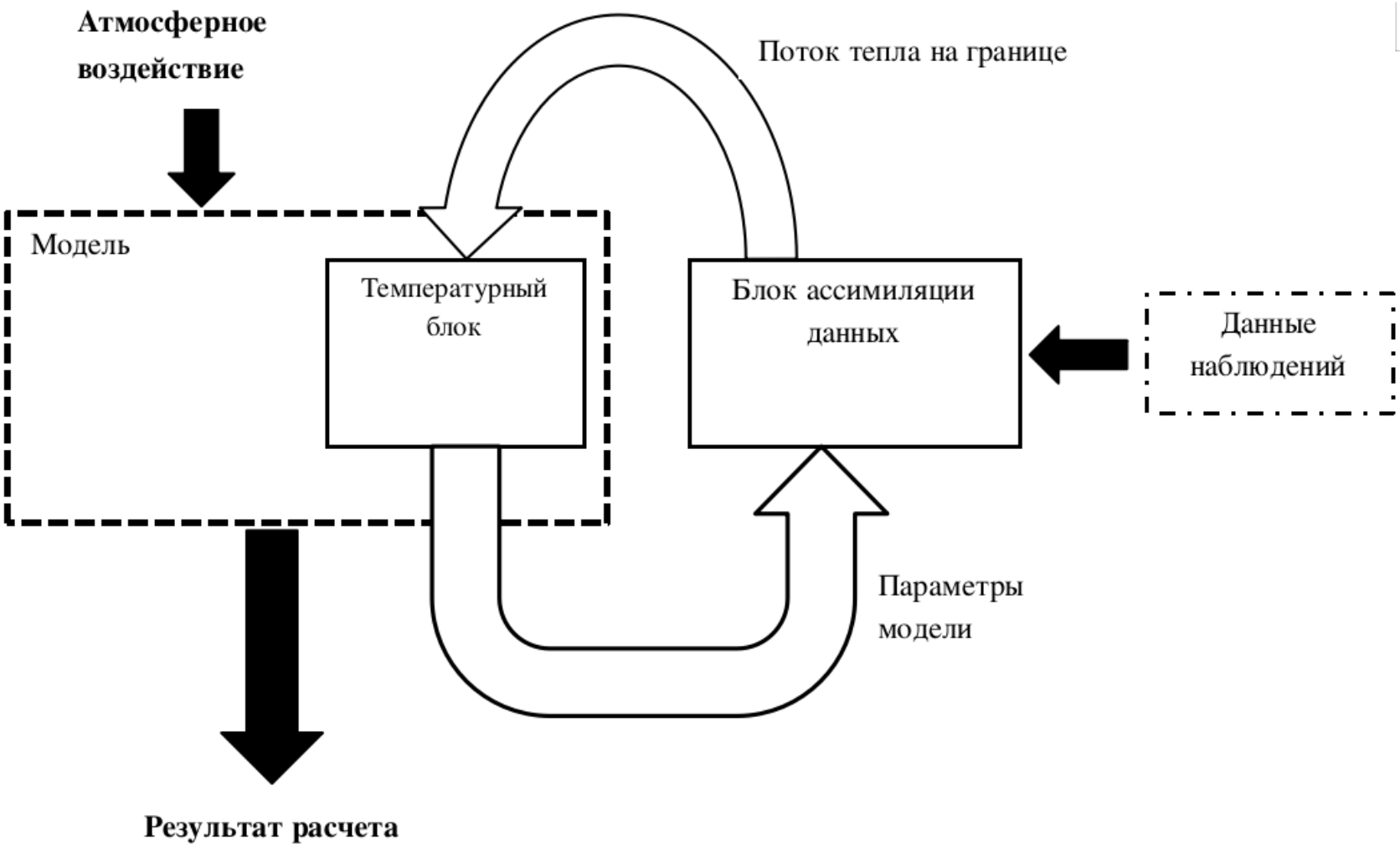
$$\alpha_v (V_c - V_c^{(0)}) + S_z^* = 0$$

Особенности реализации численной модели

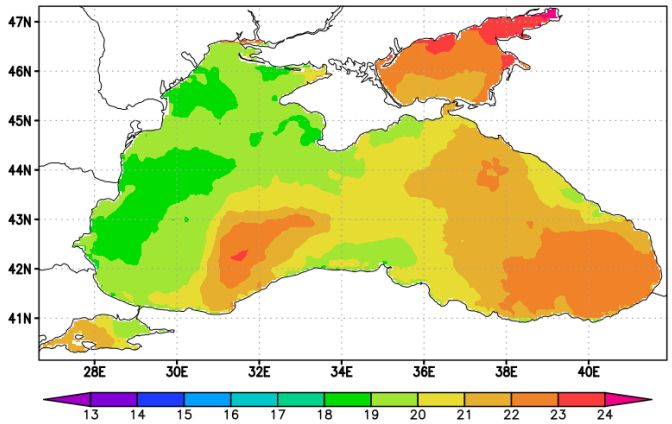
Для численных расчетов использовалась модель гидротермодинамики Черного и Азовского морей, разработанная в Институте вычислительной математики им. Г.И. Марчука (В.Б. Залесный, Н.А. Диаснкий, А.В. Гусев, В.В. Фомин):

1. Особенности реализации модели
   - σ-уровни по глубине (20 уровней);
   - расщепление по физическим процессам;
   - расщепление по координатам;
2. Отдельные блоки для расчета температуры, солености и циркуляции позволяют проводить как независимую ассимиляцию данных переменных модели по отдельности, так и одновременную ассимиляции нескольких переменных.

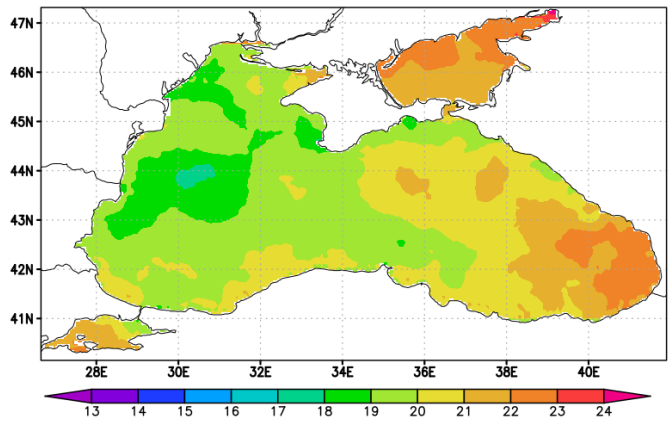
Схема расчета с блоком ассимиляции температуры.



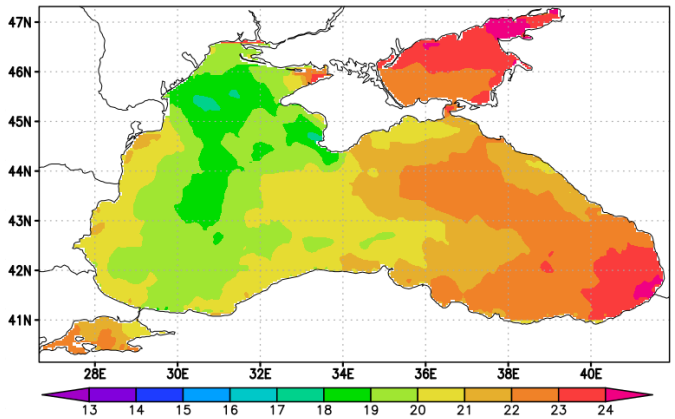
Среднесуточные данные ТПМ



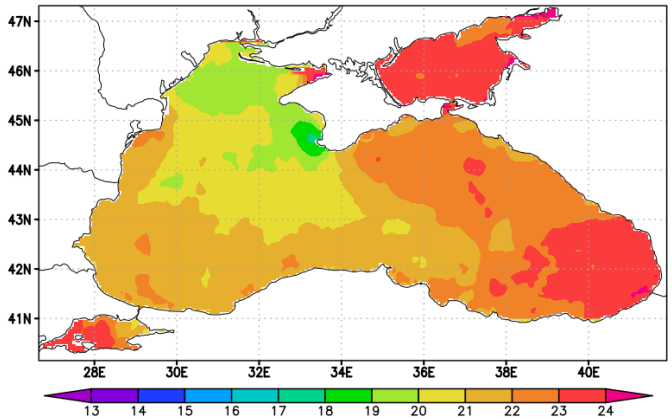
(a) 16.06.2021



(b) 18.06.2021

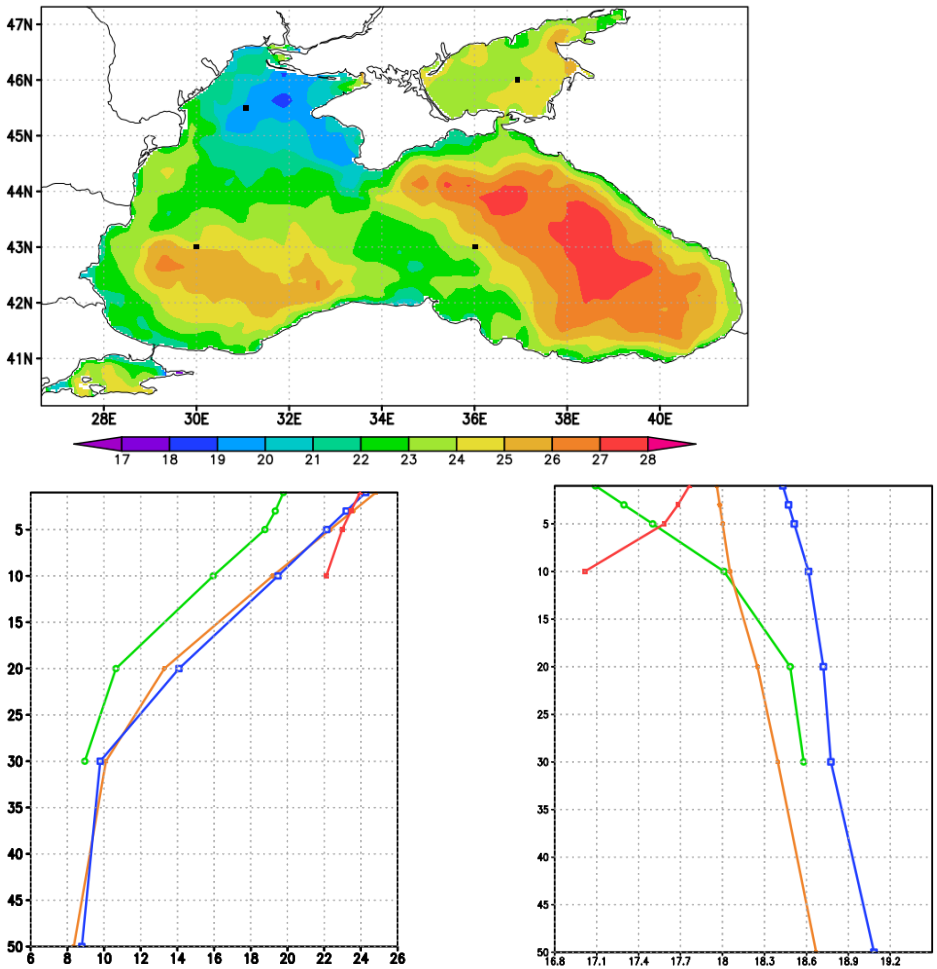


(c) 20.06.2021



(d) 22.06.2021

Данные с недельным осреднением



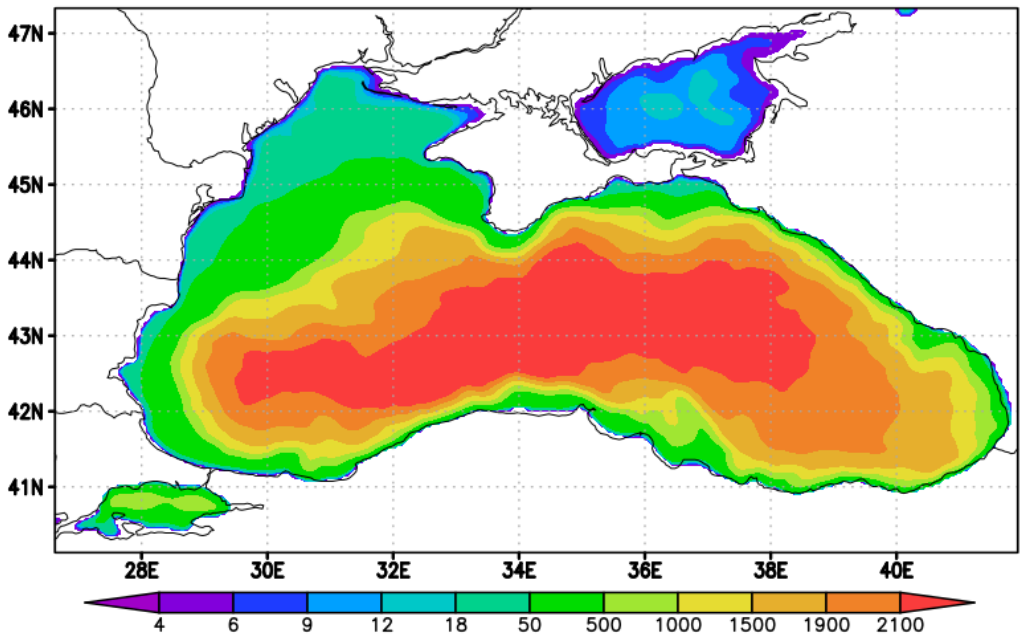
Верхний рисунок - расположение точек в акватории Черного и Азовского морей; слева - профили температуры, $^{\circ}$C; справа - профили солености, *PSU*.

Для построения профилей с недельным осреднением использовались:

- Данные измерений со спутников (уровень, температуры, соленость)
- *in-situ* данные по профилям температуре и солености
- Данные Атлас Мирового океана 2018 (WOA18)

Профили в точках акватории Черного и Азовского морей с 16 по 22 июня 2021 года на первых 7 уровнях (50 m), (зеленый - 31.1° в.д. 45.5° с.ш., оранжевый - 31.1° в.д. 43° с.ш., синий - 36.1° в.д. 43° с.ш., красный - 37.1° в.д. 46° с.ш.), ºC.

Параметры численных экспериментов



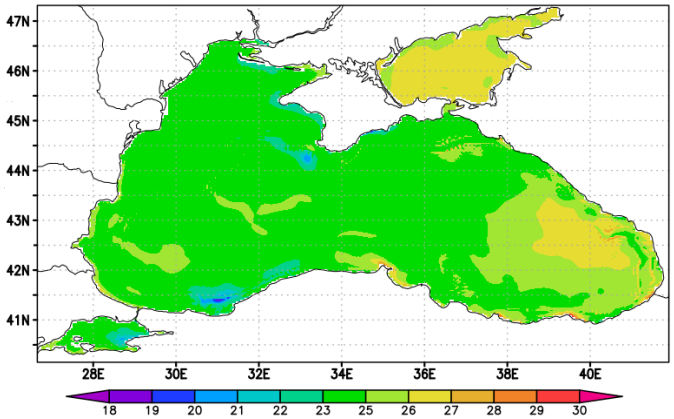
Моделируемая акватория, глубина в метрах

Параметры расчетной области:

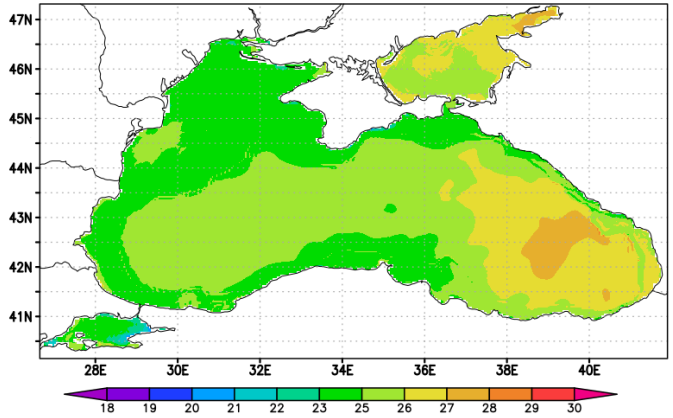
- сетка 306 x 200 x 20 точек (широта×долгота×глубина);
- первая точка сетки 26.65° в.д. и 40.15° с.ш.
- Шаги сетки по x – 0.05° и по y – 0.036°. Шаг по времени $\Delta t = 150$ сек.
- В качестве T°_{obs} использовались среднесуточные данные ТПМ с портала Copernicus и данные профиля температуры T_{obs} и солености S_{obs} с недельным осреднением.
- В качестве $Q^{(0)}$ использовался среднеклиматический поток , полученный по данным реанализа, $U^{(0)}_c \equiv 0$.
- Расчет включал в себя ассимиляцию T°_{obs}, T_{obs}, S_{obs} сроком на 1 год.

Результаты расчета. Июль 2021, °C.

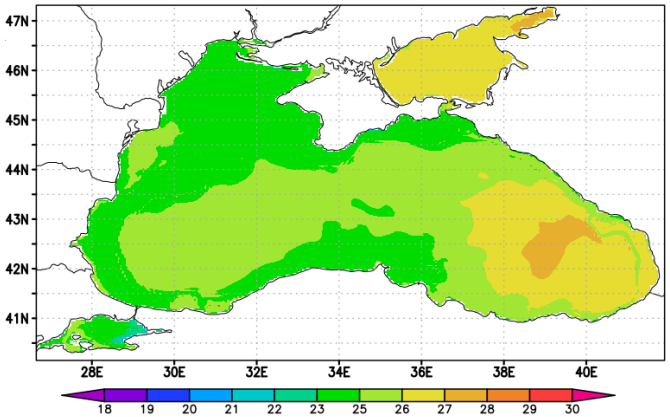
Среднемесячные значения полей ТПМ при различных вариантах расчета.



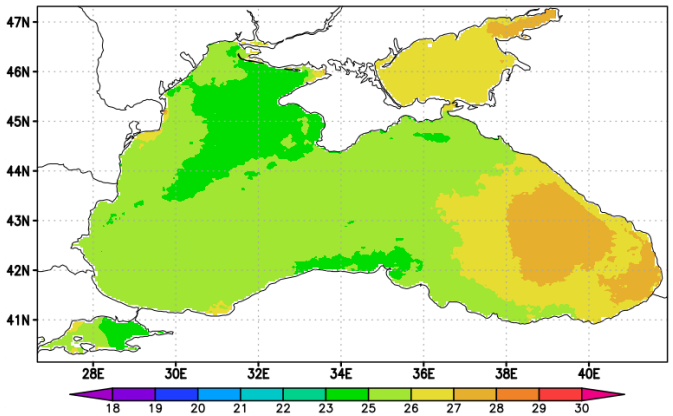
(a) Модель без ассмиляции



(b) Ассимиляция только профилей T и S



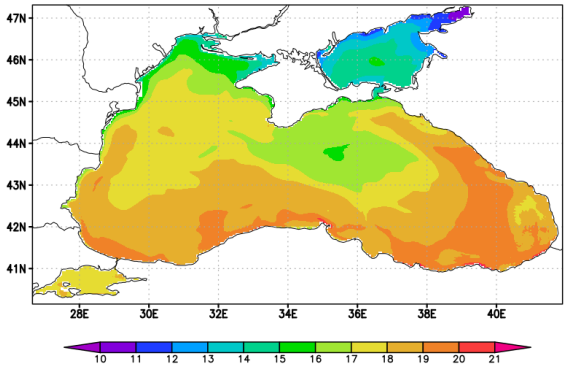
(c) Ассимиляция профилей и ТПМ



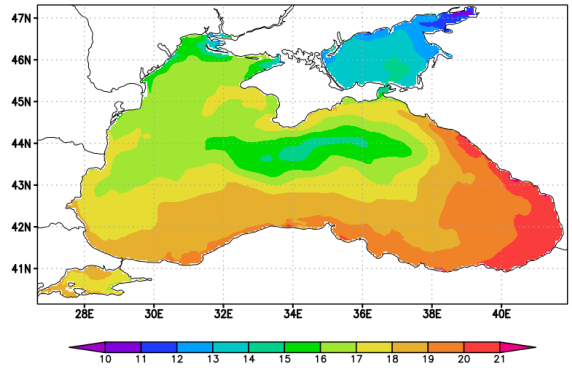
(d) Данные наблюдений

Результаты расчета. Октябрь 2021, °C.

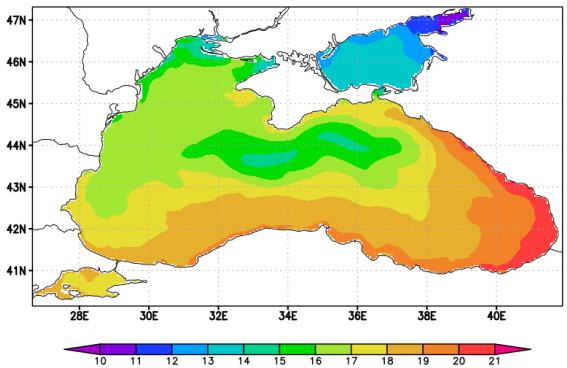
Среднемесячные значения полей ТПМ при различных вариантах расчета.



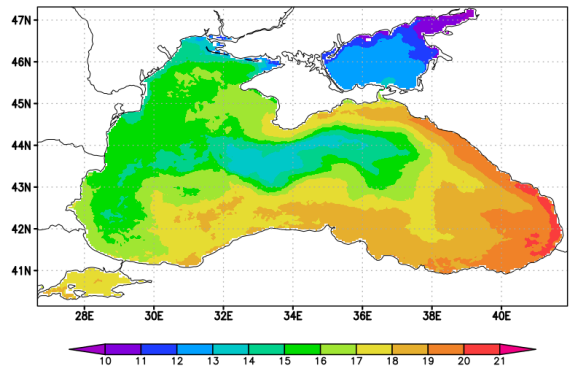
(a) Модель без ассмиляции



(b) Ассимиляция только профилей T и S



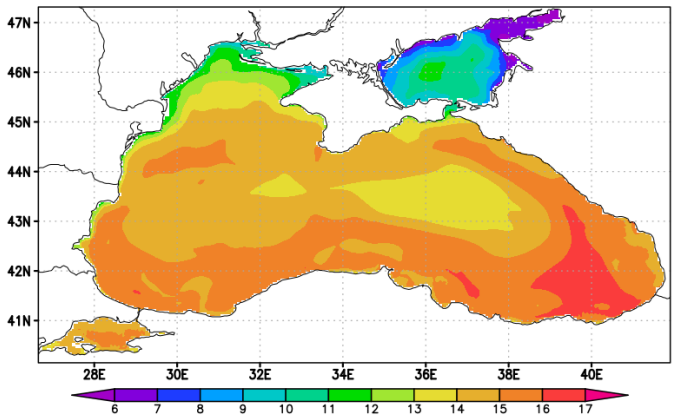
(c) Ассимиляция профилей и ТПМ



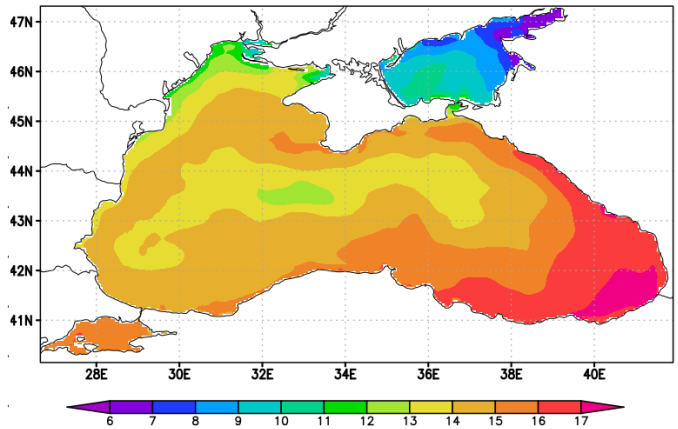
(d) Данные наблюдений

Результаты расчета. Ноябрь 2021, °C.

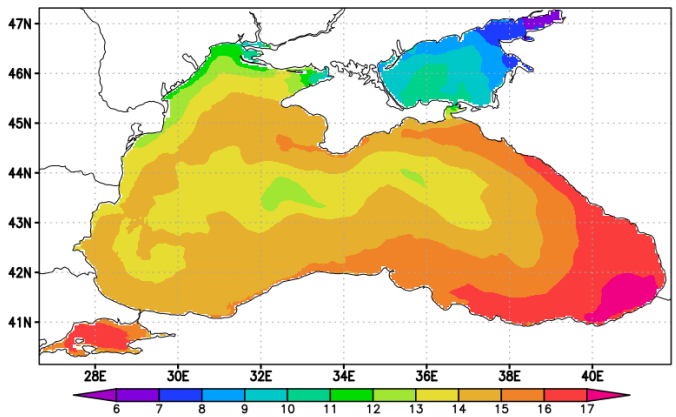
Среднемесячные значения полей ТПМ при различных вариантах расчета.



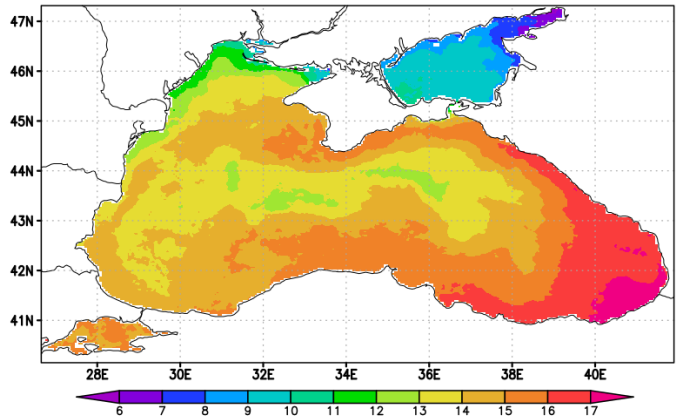
(a) Модель без ассмиляции



(b) Ассимиляция только профилей T и S



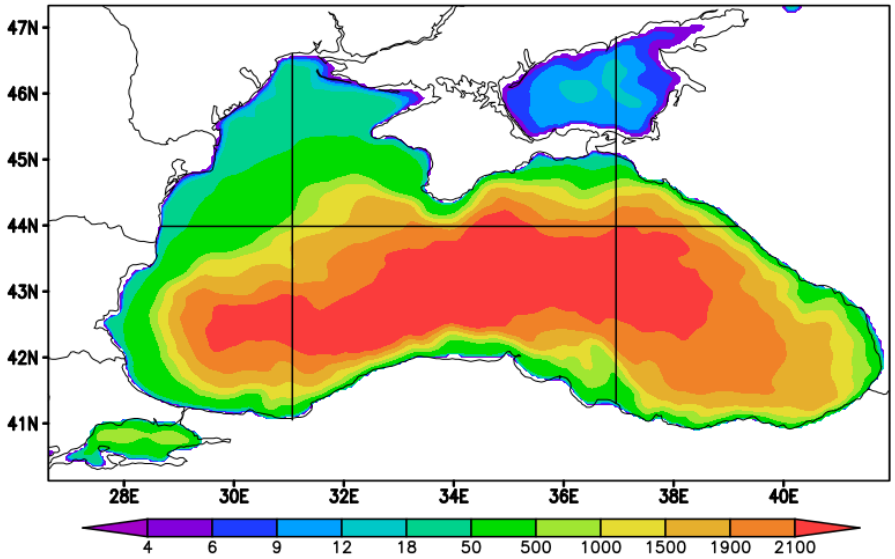
(c) Ассимиляция профилей и ТПМ

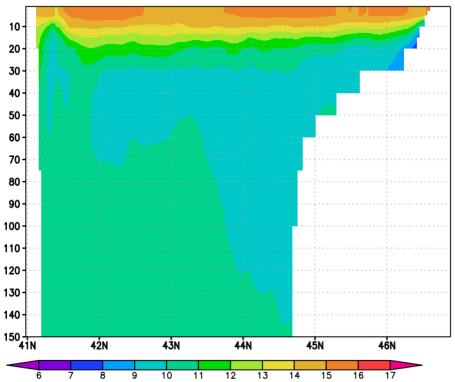


(d) Данные наблюдений

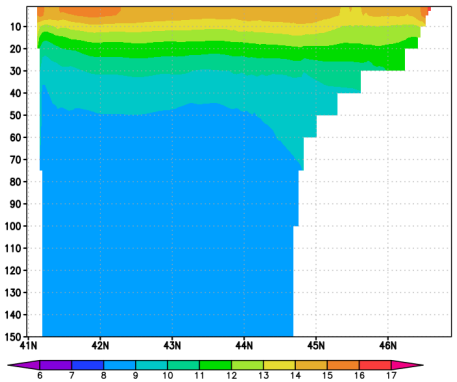
Разрезы по глубине по 31E. Май 2021, °C.

Среднемесячные значения температуры при расчета по модели.

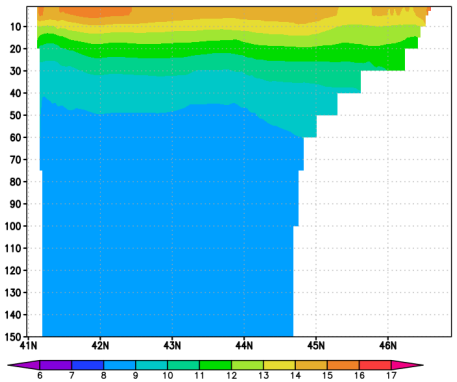




(a) Модель без ассмиляции



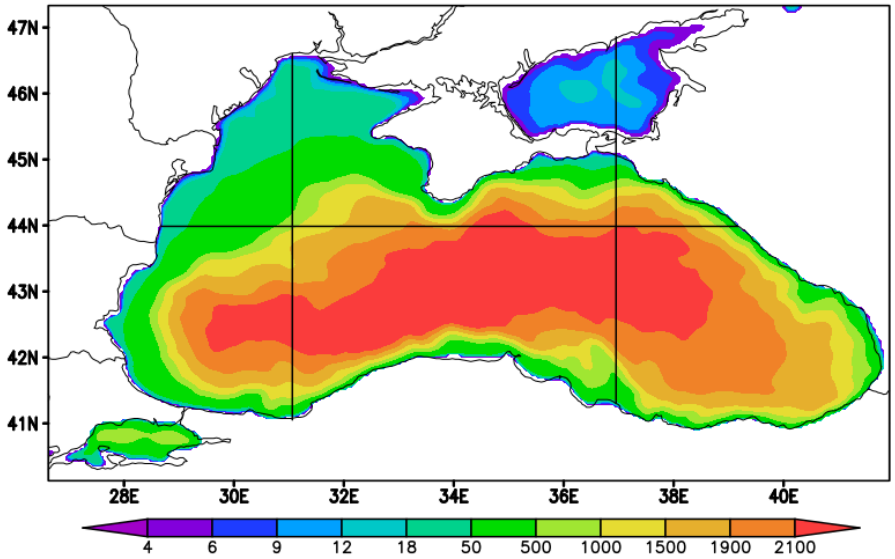
(b) Ассимиляция только профилей T и S

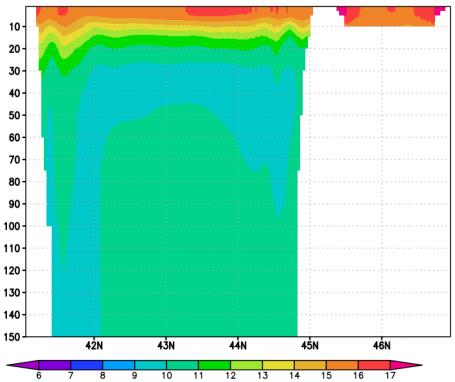


(c) Ассимиляция профилей и ТПМ

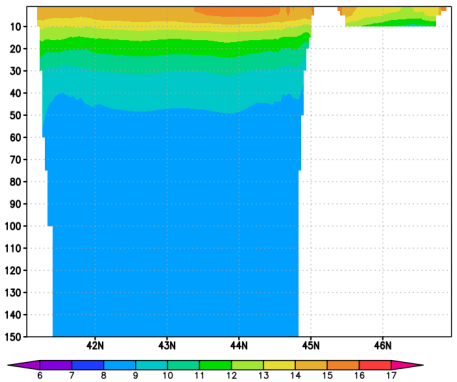
Разрезы по глубине по 37E. Май 2021, °C.

Среднемесячные значения температуры при расчета по модели.

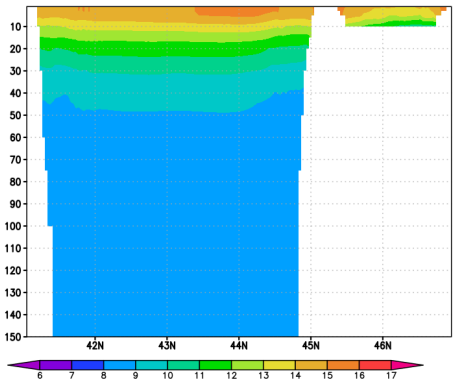




(a) Модель без ассмиляции



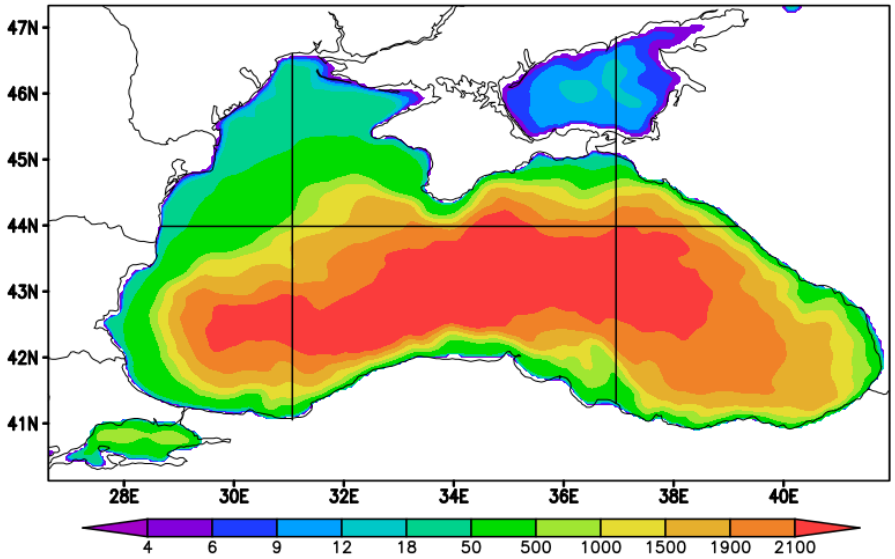
(b) Ассимиляция только профилей T и S

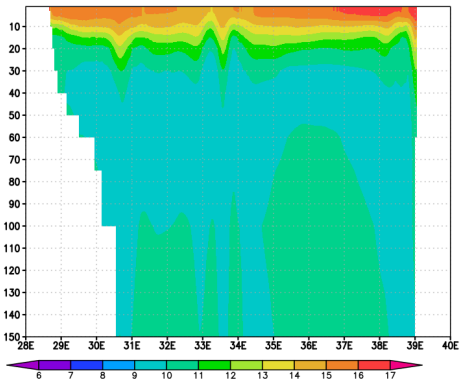


(c) Ассимиляция профилей и ТПМ

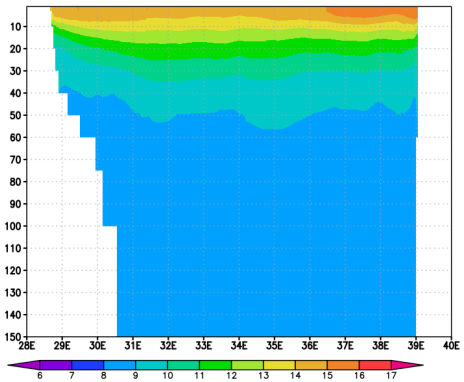
Разрезы по глубине по 44N. Май 2021, °C.

Среднемесячные значения температуры при расчета по модели.

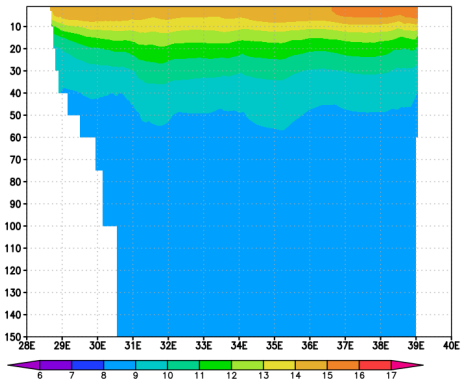




(a) Модель без ассмиляции



(b) Ассимиляция только профилей T и S



(c) Ассимиляция профилей и ТПМ

Заключение

- Численно исследована задача совместного усвоения среднесуточных данных наблюдений о температуре поверхности моря и трехмерных полей температуры и солености с недельным осреднением в модели динамики INMOM Черного и Азовского морей.
- Использование только данных трехмерных полей с недельным осреднением улучшает воспроизведение вертикального распределения температуры и солености, однако не позволяет точно моделировать ТПМ, особенно в областях с малыми глубинами, например Азовское море.
- Сравнение с данными наблюдений со спутников, не участвующими в процессе ассимиляции, показывают, что введение ассимиляции среднесуточных данных на поверхности улучшает воспроизведение ТПМ, а использование трехмерных полей температуры и солености позволяет точнее моделировать структуру и динамику вод по глубине.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 26-11-00355,

https://rscf.ru/en/project/26-11-00355/.