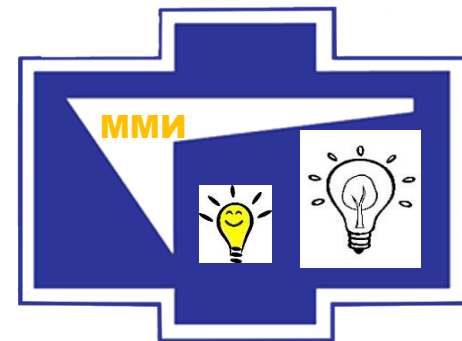


ВЫСОКОТОЧНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ КОНЕЧНО-МЕРНОЙ ТЕОРЕМЫ ОТСЧЕТОВ



**Е.Н. Терентьев, Бакулина Е.А.,
Мустафин Д.А.**
*Физический факультет МГУ им.
М.В. Ломоносова, en.teren@mail.ru;*



Стандарты по высокоточному оцениванию параметров объектов нужны дистанционных исследованиях при анализе космических изображений и в литографическом оборудовании для производства памяти и процессоров. Для этого в Мат. Обеспечении Измерительно Вычислительных Систем (МО ИВС) предлагаем использовать методы Градиентной Морфологии (ГМ) на основе КМТО и методы Математического Микроскопа (ММ).

1D КМТО от линейной алгебры к матанализу (AIP)

1D Теорема (Терентьев): даны 3 объекта: массив (строка) отсчетов $D=f(x_0)$ и две матрицы: с ортонормированным базисом Фурье (в строках) $H=H^{(0)}(x_0)$, $x_0=0 : N-1$ и матрица Фурье гармоник $H^{(n)}(x)$, $x=0 : dx : N-dx$, тогда “непрерывная” функция $dx < 1$

$$f^{(n)}(x) = (H D')' H^{(n)}(x) \text{ (AIP)}$$

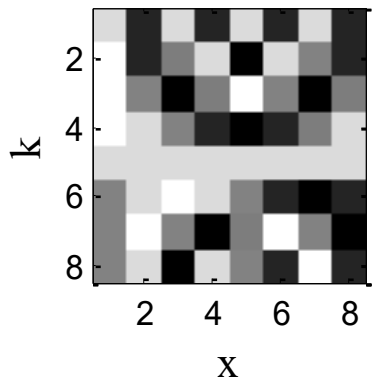
при $n = 0$ проходит через точки отсчетов $D=f(x_0)=f^{(0)}(x_0)$.

Фурье гармоники базиса

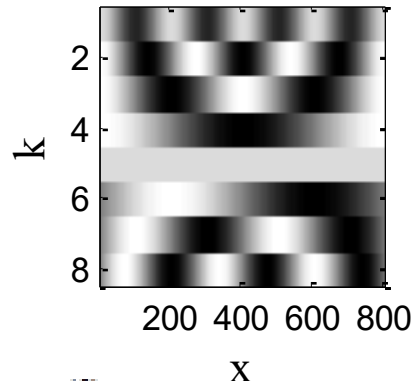
Интерполяция

Дифференцирование

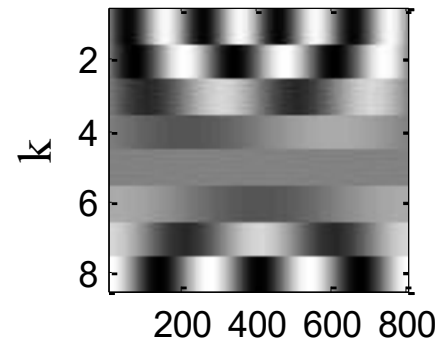
Интегрирование



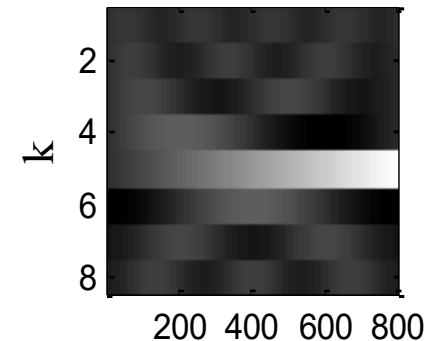
$H^{(0)}(x_0), N=8, dx=1$



$H^{(0)}(x), N=8, dx=0.01$



$H^{(1)}(x), N=8, dx=0.01$



$H^{(-1)}(x), N=8, dx=0.01$

1D КМТО продолжение

В $f^{(n)}(x)$ внутри скобок $(H D')'$ мы вычисляем столбец Фурье коэффициентов или реализуем Прямое ПФ в строку Фурье коэффициентов с учетом транспонирования $()'$. Далее мы реализуем ряд Фурье с Фурье гармониками $H^{(n)}(x)$.

Если ряд Фурье мы будем реализовать с базисными векторами H , то мы возвратимся к исходным отсчетам $D=f(x_0)=f^{(0)}(x_0)$ потому, что H – унитарная матрица $H^{-1} = H'$.

Если ряд Фурье мы реализуем с гармониками $H^{(n)}(x)$, то при $n>0$ мы вычислим производную n -го порядка, а при $n<0$ мы вычислим интеграл n -го порядка от массива чисел D !!!

Во всех случаях ($n=0$, $n>0$, $n<0$) результат может быть “непрерывным” при оцифровке Фурье гармоник $H^{(n)}(x)$ с малым шагом $dx < 1$.

Интегральные суммы и конечно-мерные разности отсутствуют !!!

3D КМТО в операциях Теории Поля (AIP)

3D Теорема (Терентьев): даны 3 объекта: 3D массив отсчетов $D=f(x_0,y_0,z_0)$ и две матрицы: с ортонормированным базисом Фурье (в строках) $H=H^{(0)}(x_0)$, $x_0=0 : N-1$ и матрица Фурье гармоник $H^{(n)}(x)$, $x=0 : dx : N-dx$, тогда “непрерывная” функция $dx < 1$

$$f^{(n_x,n_y,n_z)}(x,y,z) = \sum_{k_x,k_y,k_z=1}^N c_{k_x,k_y,k_z} * H^{(n_x)}(k_x,x) * H^{(n_y)}(k_y,y) * H^{(n_z)}(k_z,z), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c_{k_x k_y k_z} &= (f(x_0, y_0, z_0), H^{(0)}(k_x, x_0) * H^{(0)}(k_y, y_0) * H^{(0)}(k_z, z_0)) = \\ &= \sum_{x_0, y_0, z_0=1}^N f(x_0, y_0, z_0) * H^{(0)}(k_x, x_0) * H^{(0)}(k_y, y_0) * H^{(0)}(k_z, z_0), \quad k_x, k_y, k_z = 1 : N. \end{aligned} \quad (2)$$

при $n_x=0$, $n_y=0$, $n_z=0$ проходит через точки отсчетов

$$D=f(x_0,y_0,z_0)=f^{(0,0,0)}(x_0,y_0,z_0).$$

3D КМТО продолжение

Скалярные произведения (2) реализуют 3D Прямое ПФ, а рядами Фурье реализуется нужная (n_x, n_y, n_z) 3D операция с интерполяцией, если $dx < 1$.

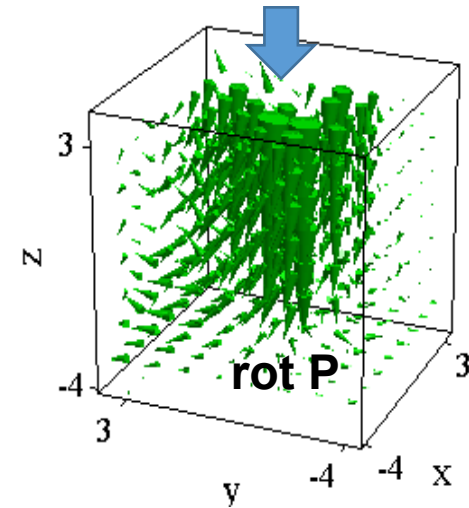
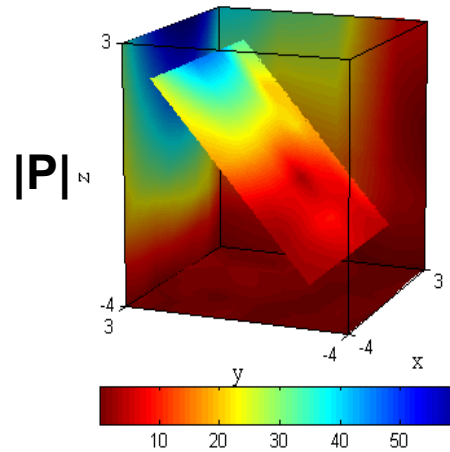
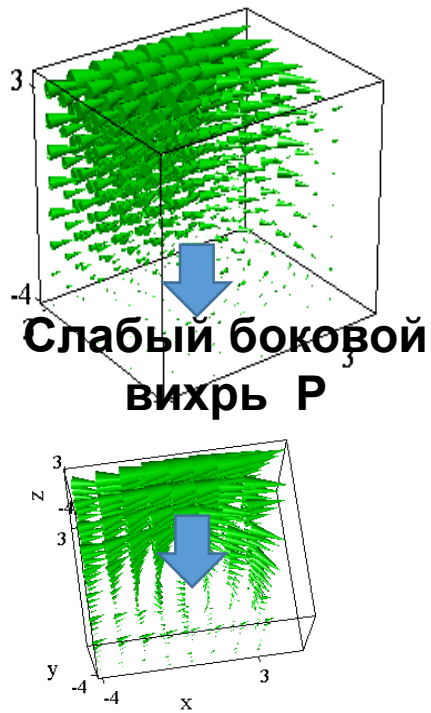
При $(n_x, n_y, n_z) = (0, 0, 0)$ и $dx = 1$ в (1) реализуется Обратное ПФ к исходному 3D массиву данных $D = f(x_0, y_0, z_0) = f^{(0,0,0)}(x_0, y_0, z_0)$.

$$\text{grad } D(x, y, z) = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} D, \frac{\partial}{\partial y} D, \frac{\partial}{\partial z} D, \right\} = \{ f^{(1,0,0)}(x, y, z), f^{(0,1,0)}(x, y, z), f^{(0,0,1)}(x, y, z) \}$$

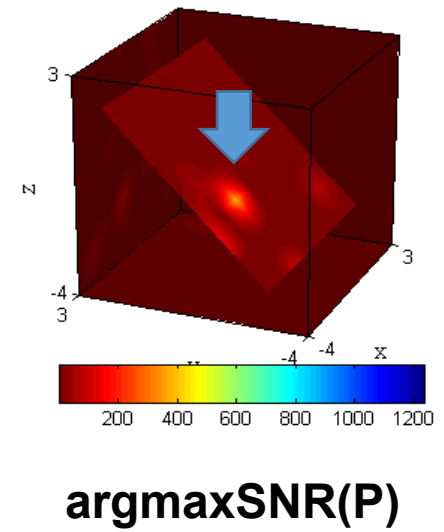
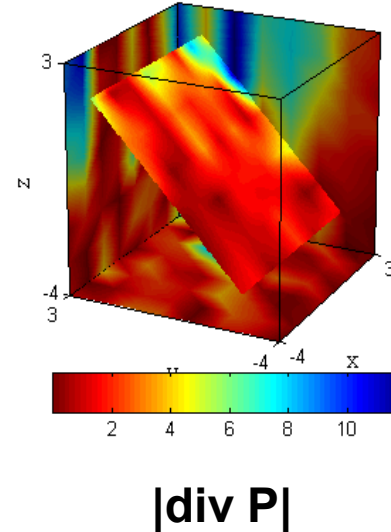
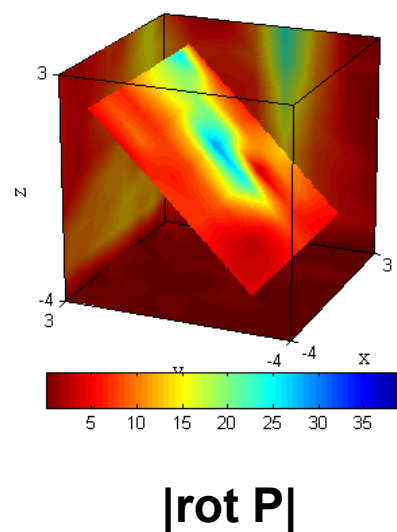
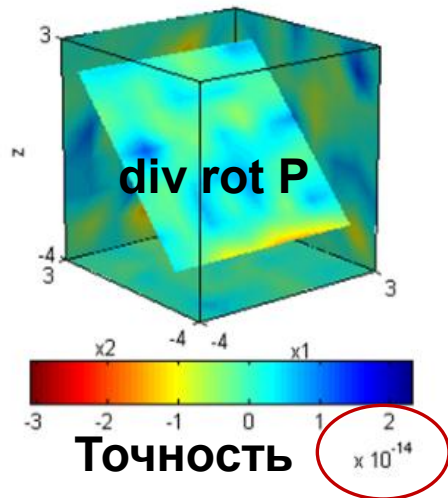
Аналогично реализуются другие операции теории поля: *div* и *rot*.

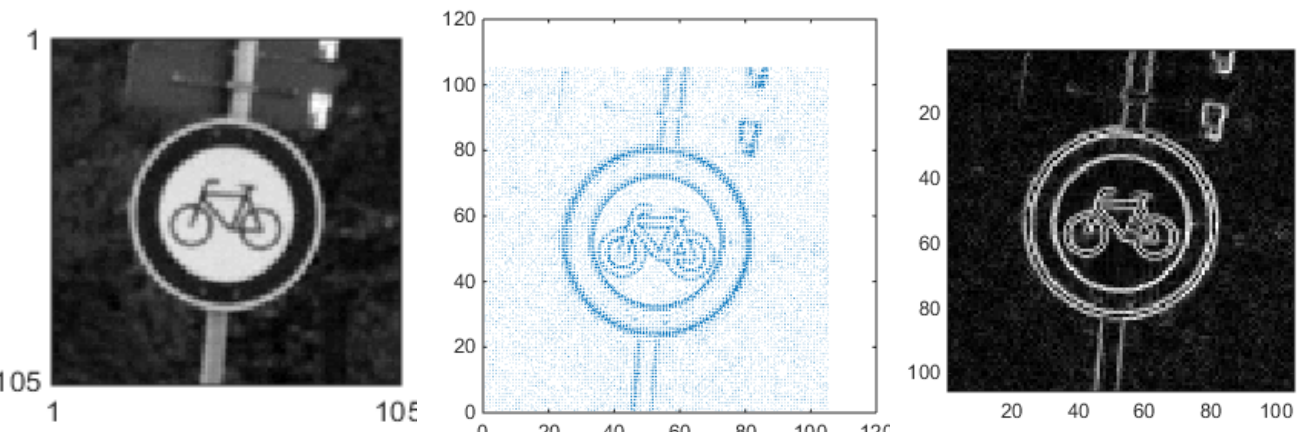
Все операции Теории Поля реализованы на Мат Лабе в Защищенном Режиме, т.е. без краевых эффектов из-за ФП.

Локализация вихря с его осью вращения, точность, отношение SNR



$$\text{SNR}(P) = |\text{rot } P| / |\text{div } P|$$



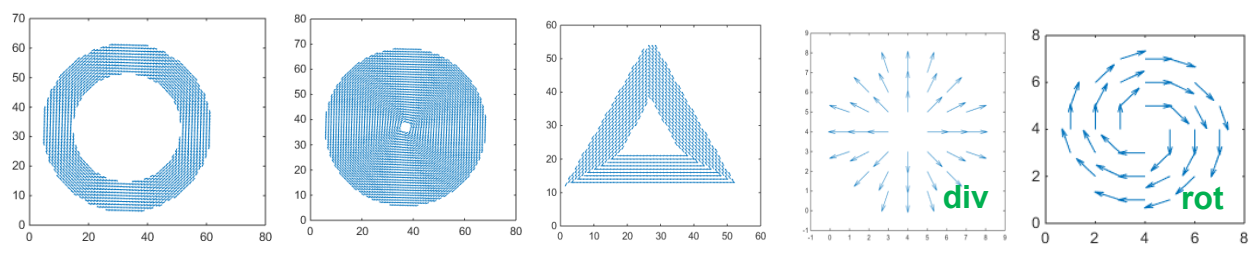


В фрагмент - ДЗ в синем $gB = \text{grad } B$ $|gB| = |ogB|$

Основные понятия ГМ

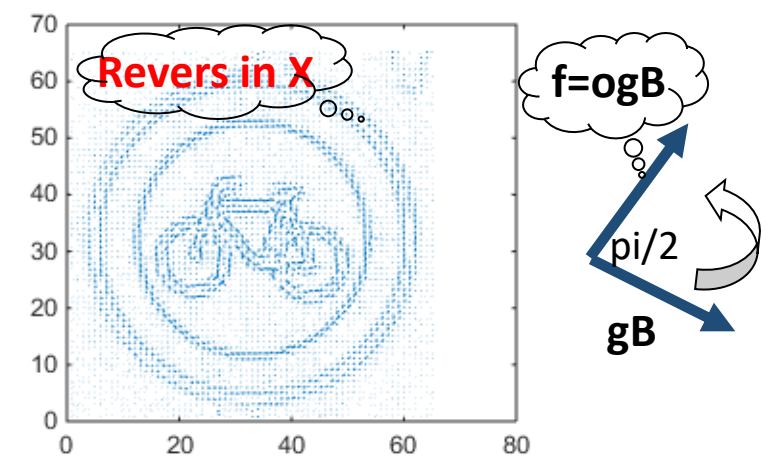
$$\text{SNR}(f|X) = [f_c]^2 / [f_s]^2$$

$$a\text{SNR}(f|X) = \text{atan2}([f_c], [f_s])$$

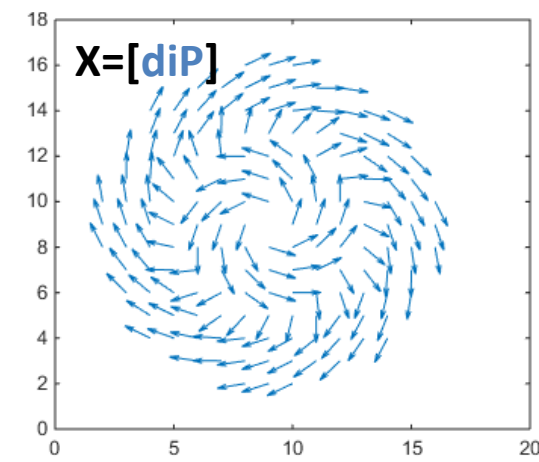


COS f_c и SIN f_s проекции на diC направления в $X=[diC]$

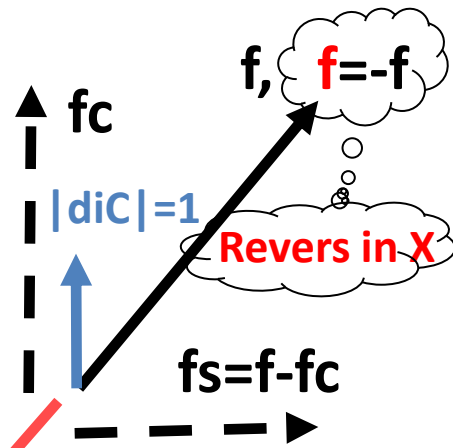
Шаблоны $X=[diC]$, $[diT]$, $[diR]$



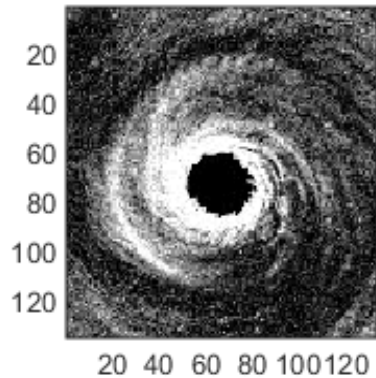
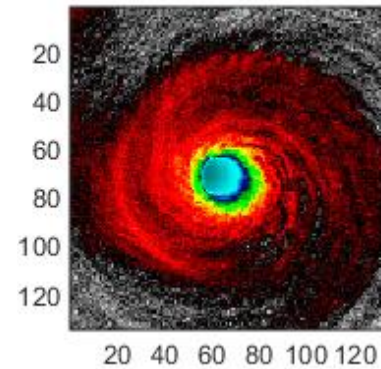
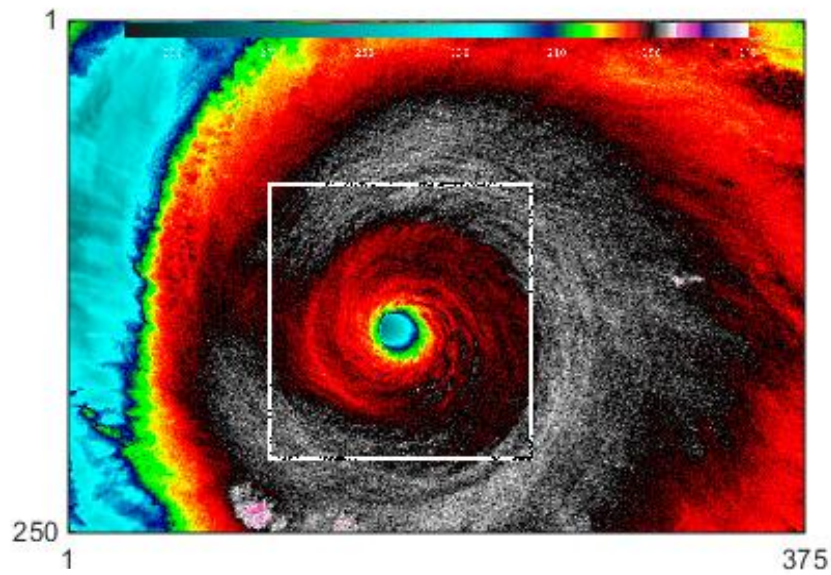
ogB is the rotation of gB on $\pi/2$



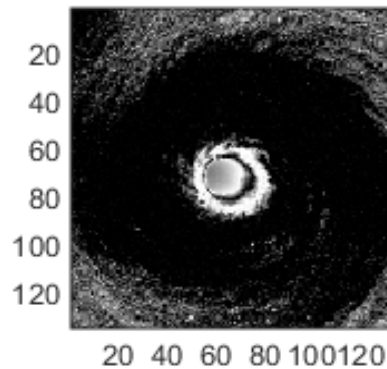
Координаты объекта $(x_0, y_0) = \text{argmaxSNR}(f|X)$, области S – сканированием шаблоном X



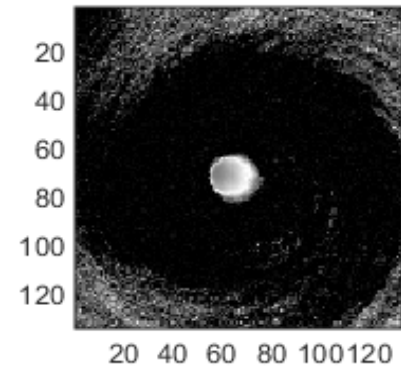
Вихри в ИК диапазоне



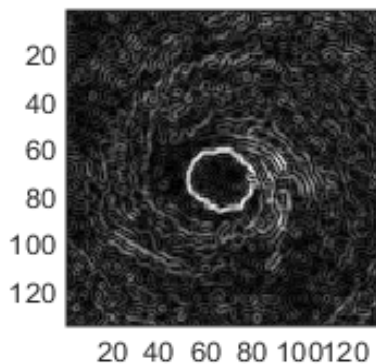
R



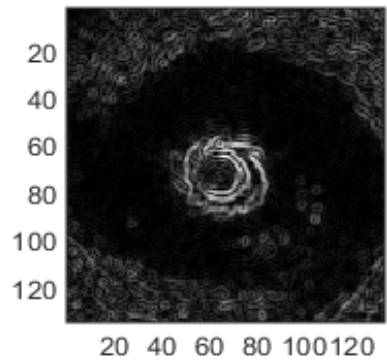
G



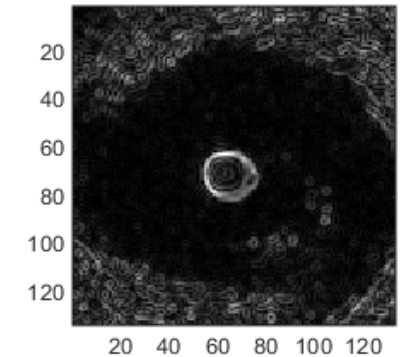
B



$|gR|$

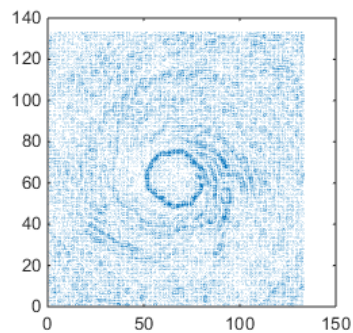


$|gG|$

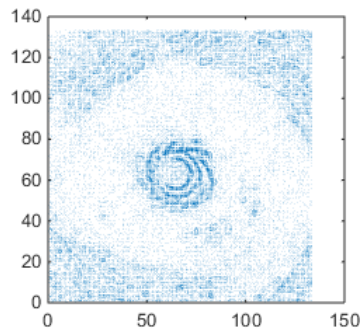


$|gB|$

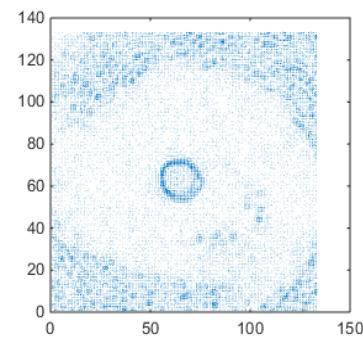
Параметры вихрей в изображениях **ИК** диапазона



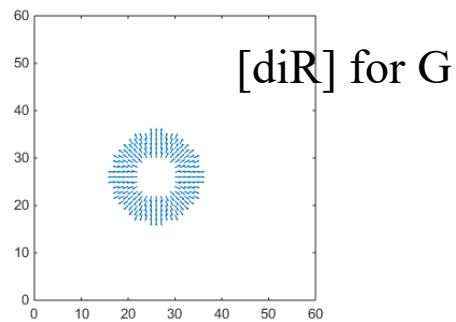
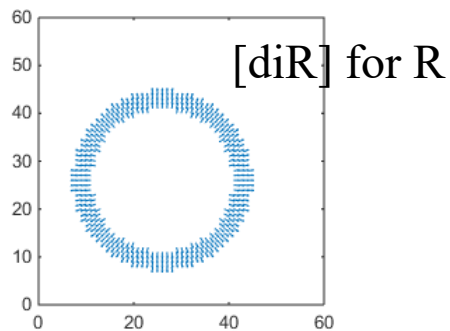
gR



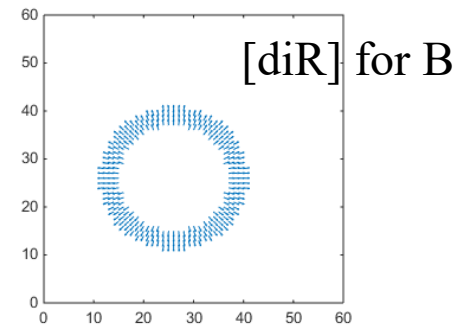
gG



gB

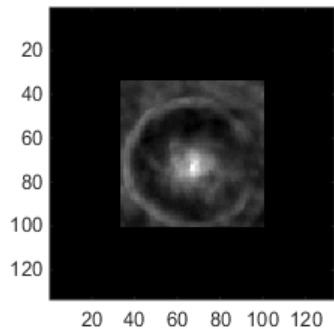


[diR] for G

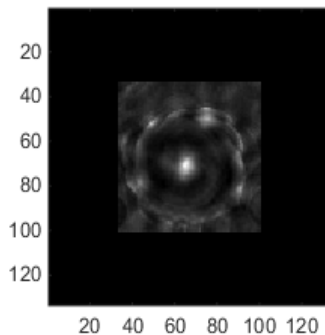


[diR] for B

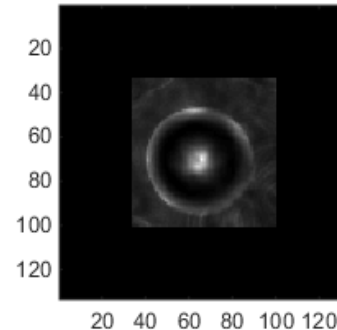
maxSNR~2.64



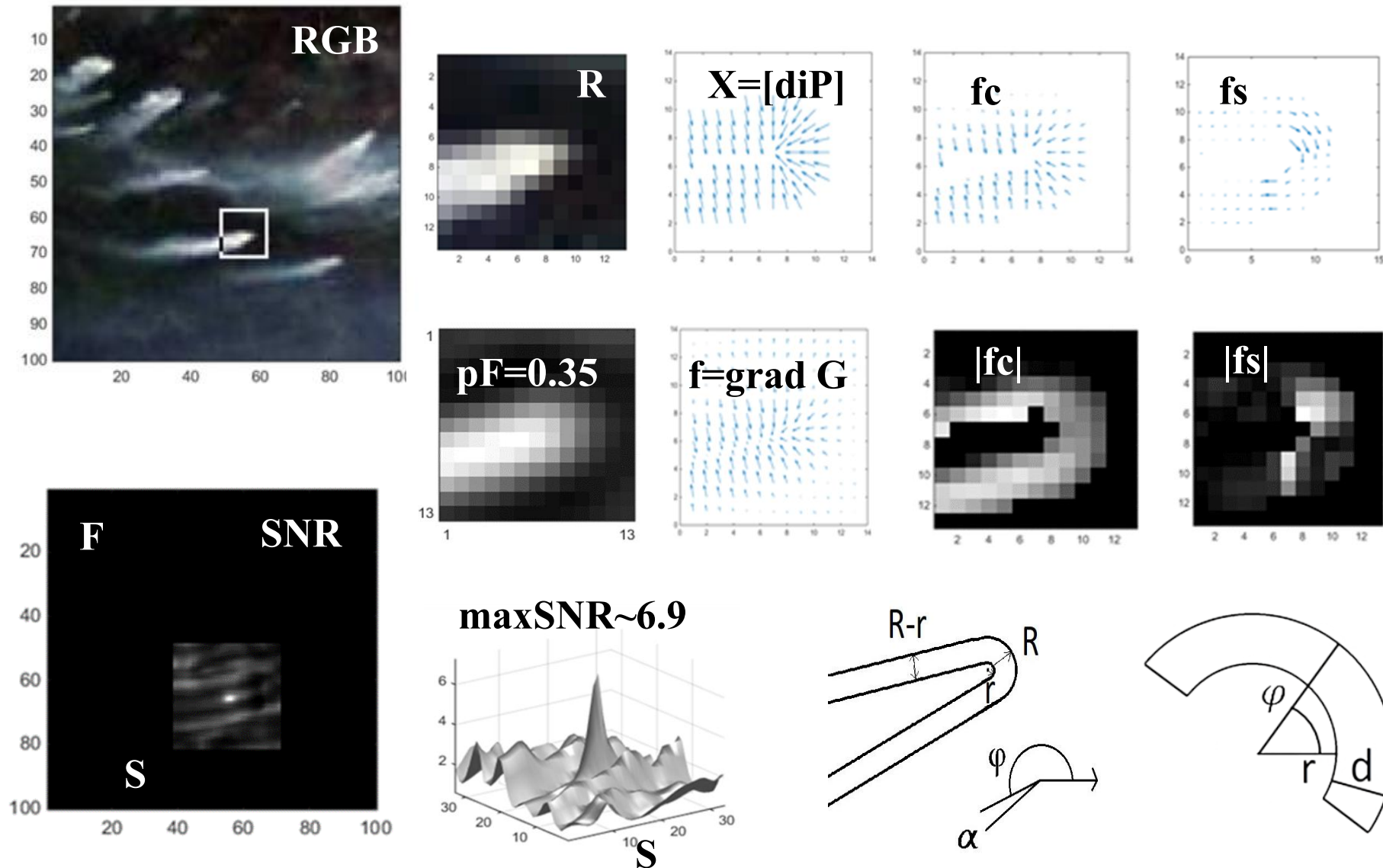
maxSNR~3.51



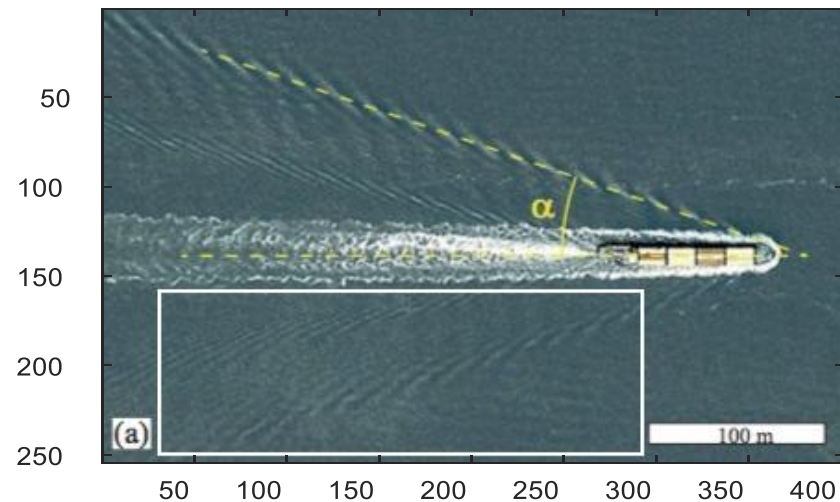
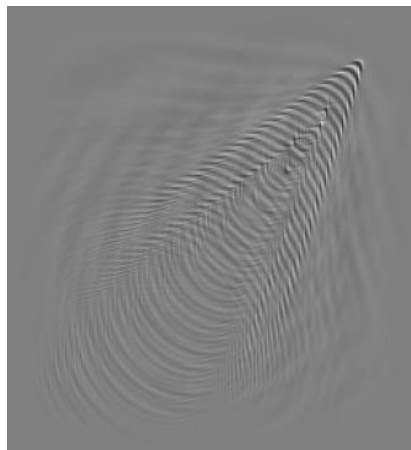
maxSNR~5.46



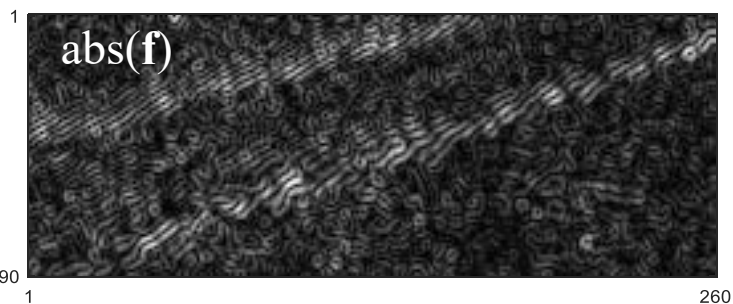
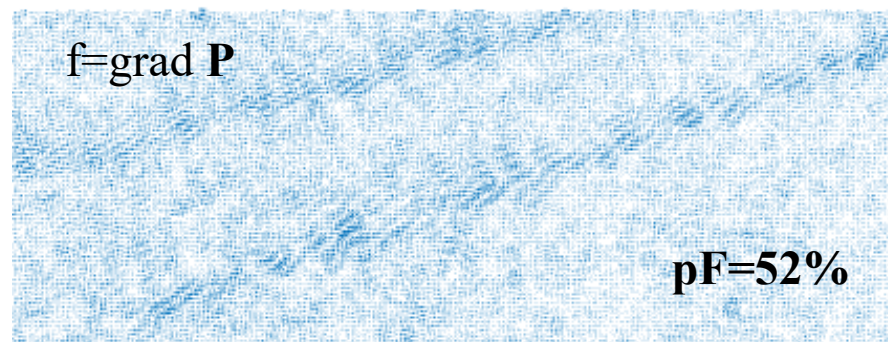
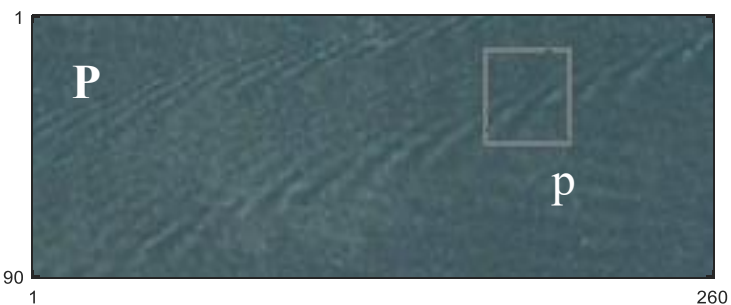
Локализация пожаров с дымовыми шлейфами в космических изображениях (Пожары в Сибири)



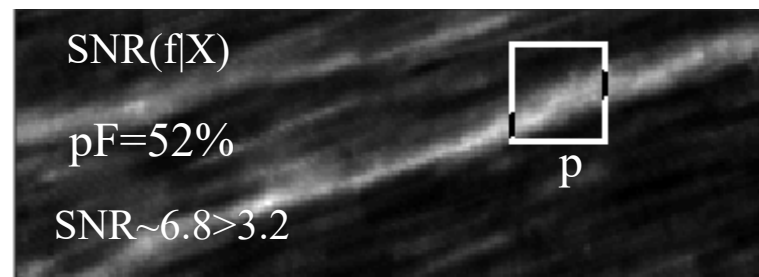
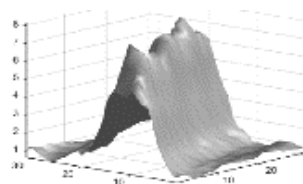
Параметры формы кильватерных следов кораблей



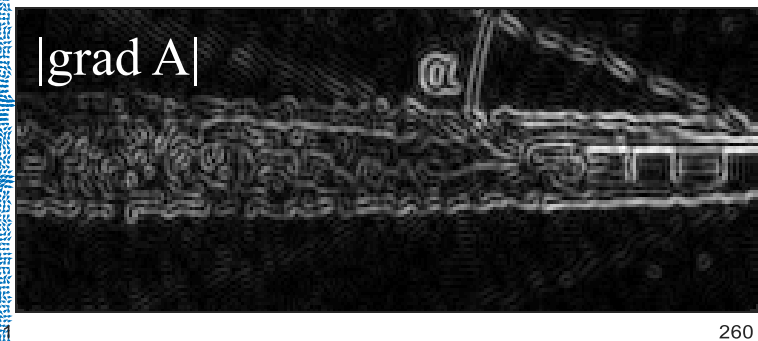
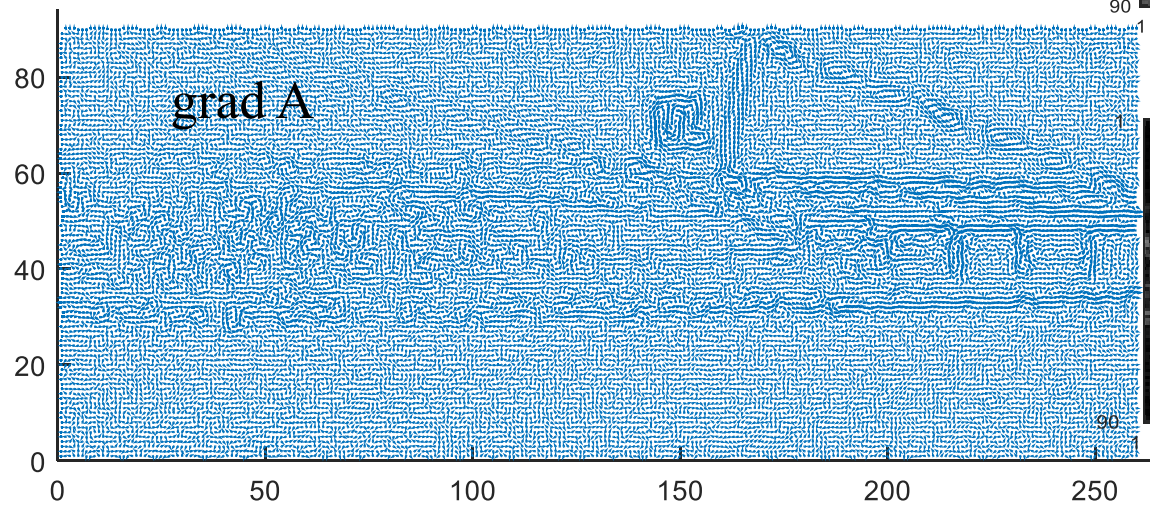
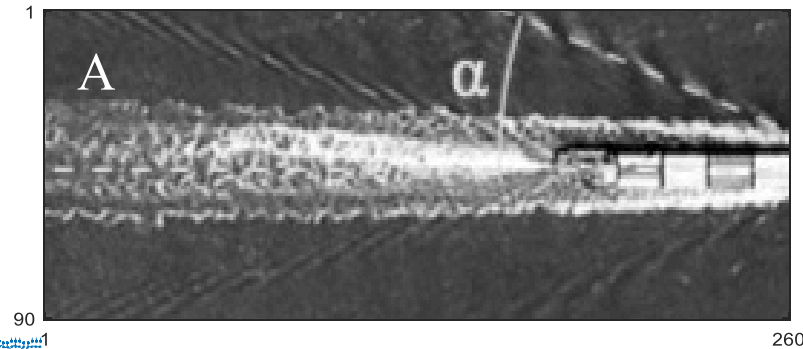
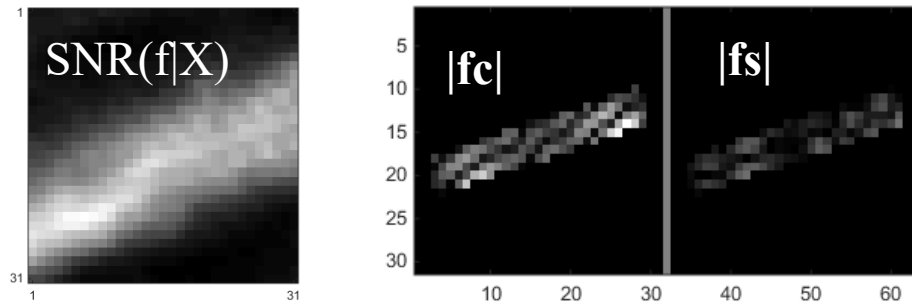
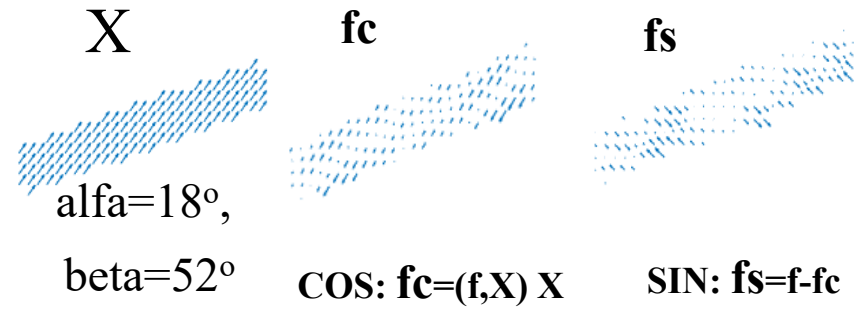
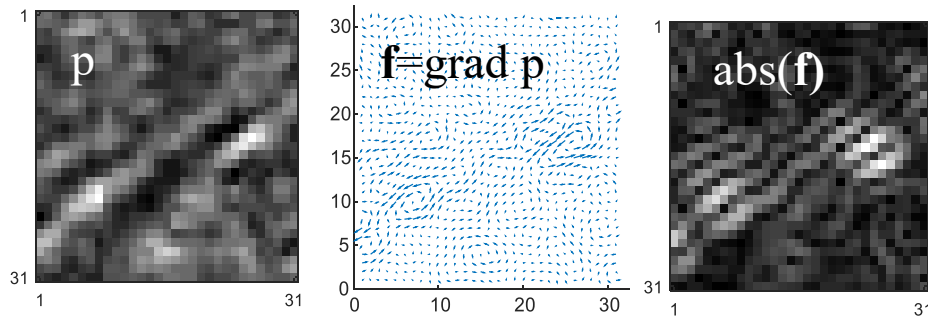
$$f = \text{grad} P$$



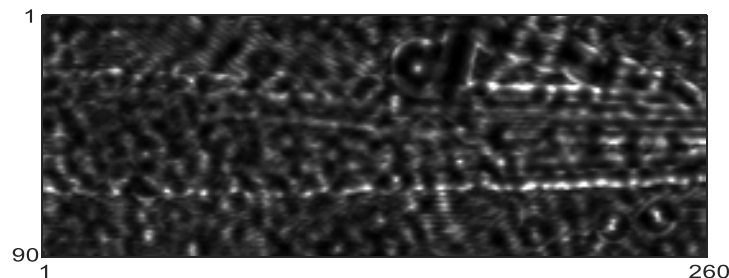
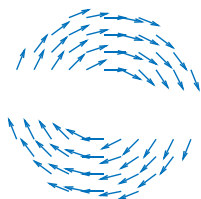
$$\text{SNR} \sim 6.8 > 3.2$$



Шаблоны формы кильватерных следов кораблей



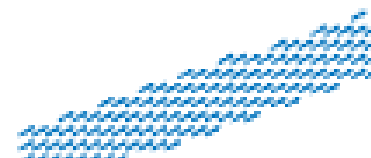
Шаблоны граничных меток пенных шлейфов кораблей



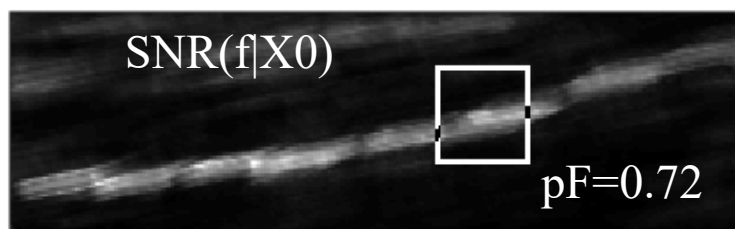
Настройка углов векторов в шаблоне, переменные шаблоны



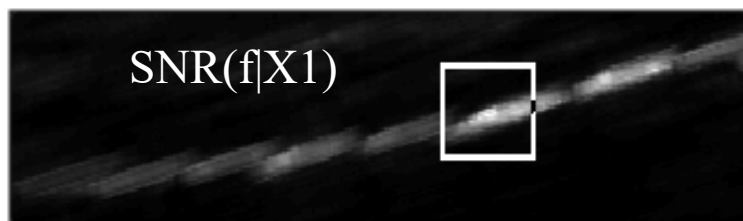
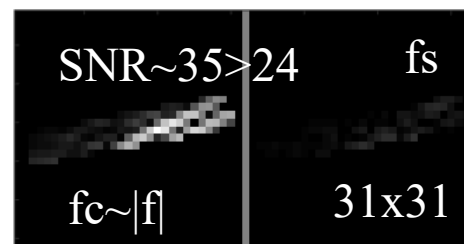
X0: $\alpha=10^\circ$, $\beta=18^\circ$



X1: $\alpha=18^\circ$, $\beta=28^\circ$



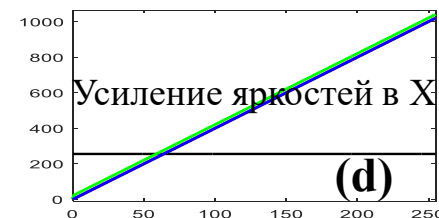
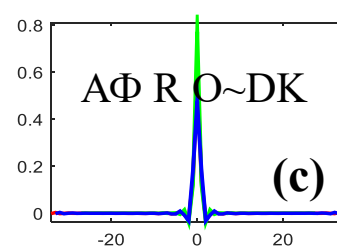
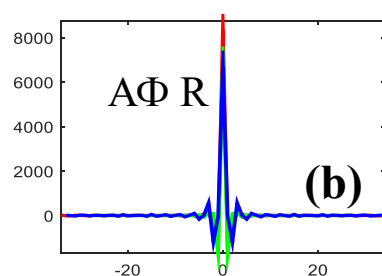
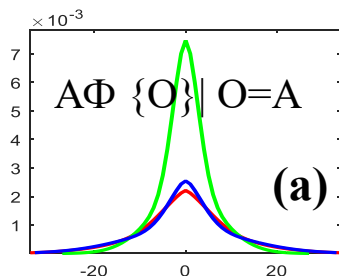
SNR~35>24



SNR~70>25

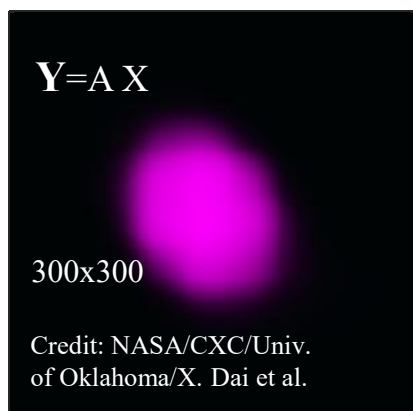


ММ разрешает Гравитационные Волны при взрыве двух нейтронных звезд

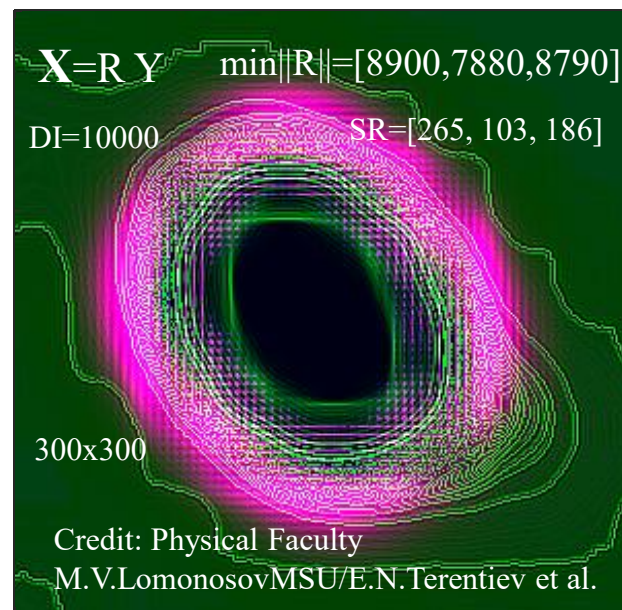


'2nstars_xray_8-26-2017'

(a-c) сечения АФ ММ,
(d) – усиление слабых
яркостей в X



Y – исходные данные с Чандры, X SR изображение с выхода ММ: взрыв во внутренность или в тень ЧД.

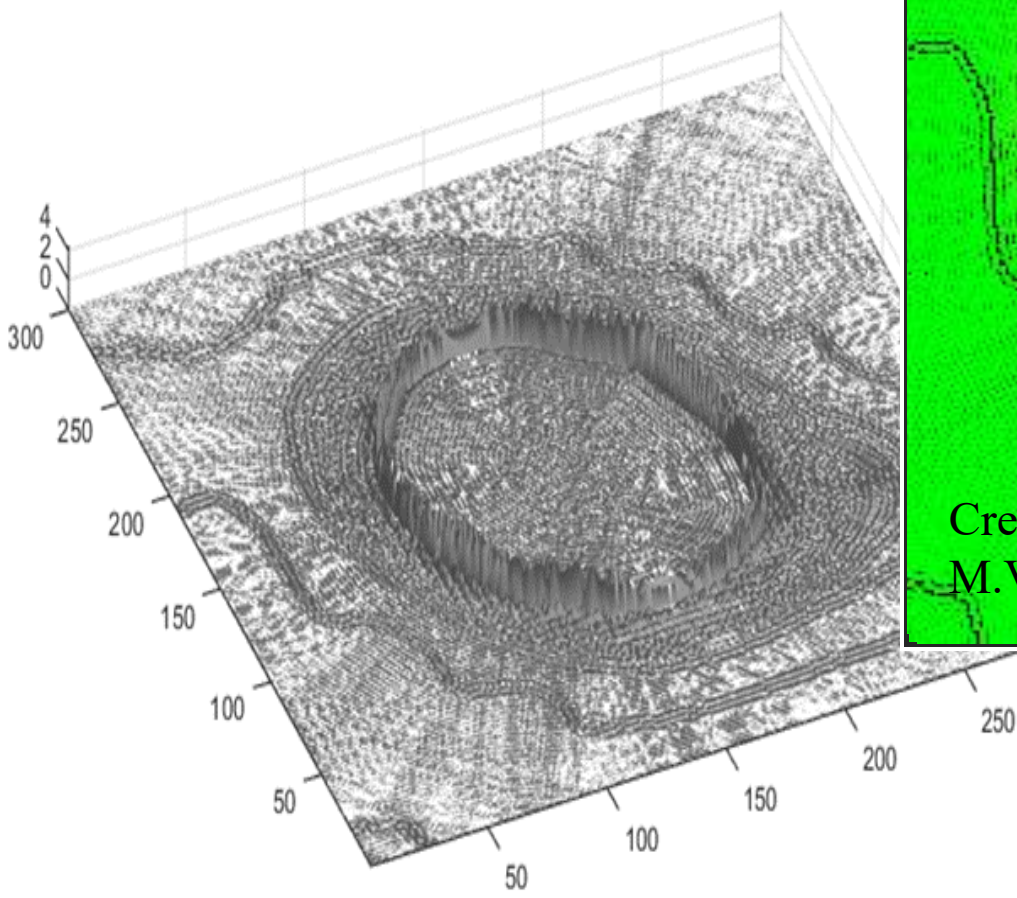
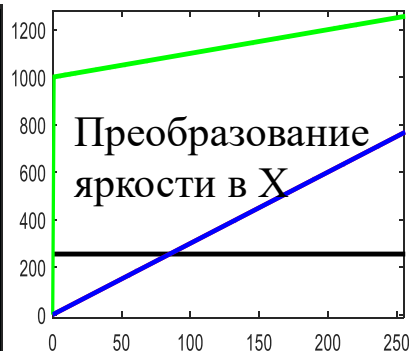


Метод ММ пока не применялся для получения SR изображений с ИВС в литографии. Будущие за новыми ИВС в 0.2-1нм Литографии с методами ГМ и ММ.

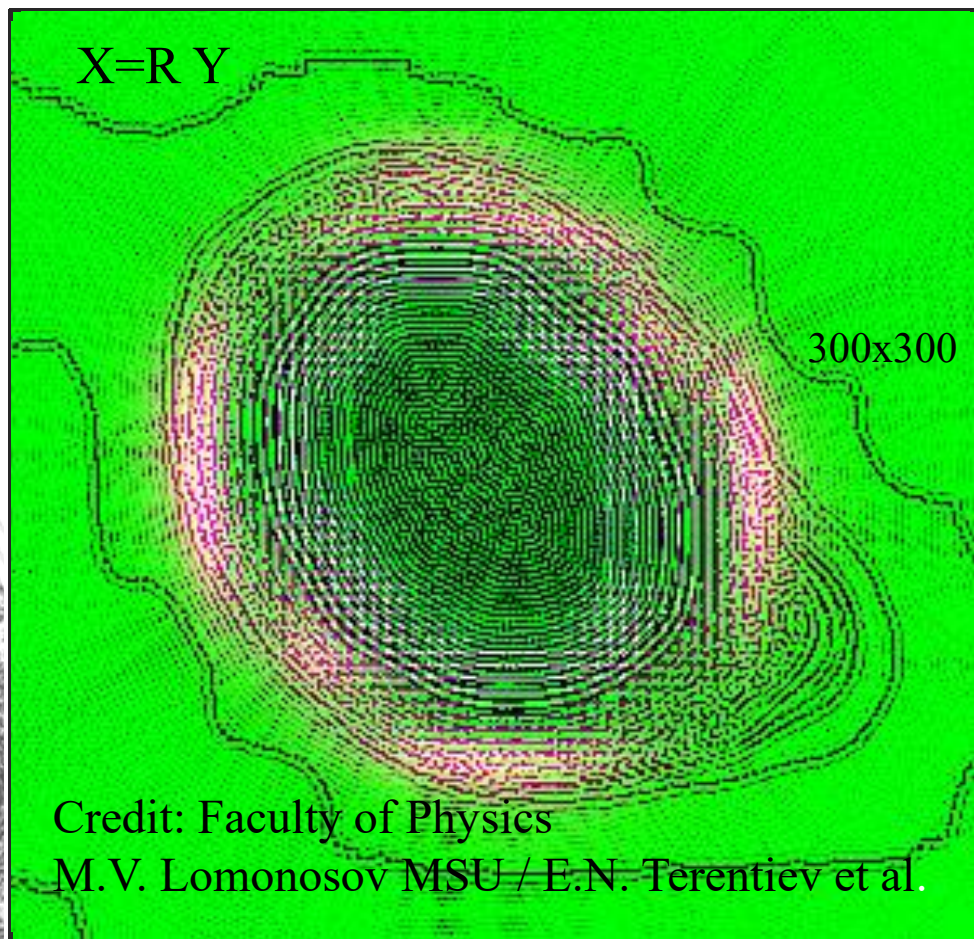
Гравитационные Волны при взрыве пары H3

$$Y=A X$$

Credit:
NASA/CXC/Univ. of
Oklahoma/X. Dai et al.



'2nstars_xray_8-26-2017'



Credit: Faculty of Physics
M.V. Lomonosov MSU / E.N. Terentiev et al.

Обсуждение

Методы градиентной морфологии превосходят на порядок по точности локализации, например, обычные морфологические и корреляционные методы [1]. Для успешной работы методов ГМ требуется настройка (параметров) шаблонов и для фильтрация одиночных точек в исходных изображениях подбор параметр $pF > 0$.

Актуально

создание широкого спектра технических устройств со встроенными вычислителями **для создания новых ИВС в 0.2-1нм Литографии с методами ГМ и ММ.**

Выводы

методы ГМ найдут широкие применения в решении задач геофизики, волновой физики, в электродинамике, астрофизике и т.п

References

1. Terentiev E.N., <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
2. Terentiev, E.N., Terentiev, N.E., Farshakova, I.I. // Springer International Publishing,
DOI: 10.1007/978-3-319-77788-7_19C.
3. E. N. Terentiev, I. N. Prikhodko and I. I. Farshakova // Problems of accurate localization objects in imagers, AIP Conference Proceedings 2171, 110009(2019);
<https://doi.org/10.1063/1.5133243>
4. Terentiev, E.N., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I. Applications of finite dimensional sampling theories, AIP Conference Proceedings 2195, 020019 (2019);
<https://doi.org/10.1063/1.5140119>
5. E. N. Terentiev, I. N. Prikhodko, I. I. Farshakova, I. D. Kuznetsov, N. E. Shilin-Terentiev//Springer, Cham, doi.org/10.1007/978-3-030-11533-3_30
6. E. N. Terentiev, I. García-Magariño, N. E. Shilin-Terentyev, I. N. Prikhodko, I. I. Farshakova//Information and Computer Security (2018) Volume 1,
(<http://systems.enpress-publisher.com/index.php/ICS/article/view/1025>)

Email: en.teren@mail.ru; сотовый: 8903 152 43 33