

**Закономерности временного хода вегетационного  
индекса и их связь  
с сезонной и межгодовой динамикой показателей  
фитомассы**

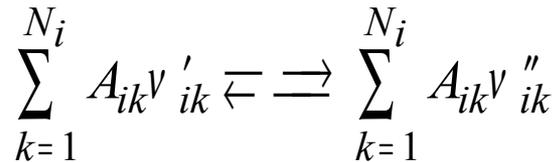
**Глазунов Г.П., Гендугов В.М., Титарев Р.П.,  
Евдокимова М.В., Шестакова М.В.**

**МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия**

**[glazng@mail.ru](mailto:glazng@mail.ru)**

# Модель

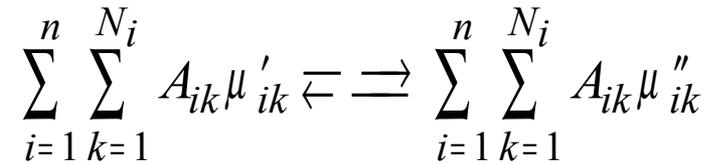
Химические превращения



$v'_{ik}, v''_{ik}$  - соответственно, стехиометрические коэффициенты  $k$  - того вещества

$A_{ik}$  - химический символ  $k$  - того вещества в  $i$  - той реакции,  
 $k = 1, \dots, N_i; i = 1, \dots, n$

Биохимические превращения



$\mu'_{ik}, \mu''_{ik}$  - соответственно, стехиометрические коэффициенты  $k$  - того вещества

## Скорости роста клеточной биомассы и изменения концентрации веществ

$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} = F(c_{ik}) q \\ \frac{dc_{ik}}{dt} = m_k (v'_{ik} - v''_{ik}) \varepsilon_i \frac{1}{\rho} \end{cases}$$

$q$  - биомасса клеток [кг],

$t$  - время [с],

$F(c_{ik})$  - коэффициент скорости биохимической реакции [1/с],

$c_{ik}$  - концентрация  $k$  - того вещества [кг/кг] в  $i$  - той реакции,

$m_k$  - молекулярная масса

$k$  - того  $A_{ik}$  вещества [кг/м<sup>3</sup>],

$\varepsilon_i$  - скорость протекания

$i$  - той реакции [1/с],

$\rho$  - плотность системы клетки-субстрат [кг/м<sup>3</sup>]

## Коэффициент скорости биохимической реакции

$$F(c_{ik}) = (-KZ + B)\Psi$$

$K$  - коэффициент скорости  
увеличения биомассы,

$B$  - коэффициент скорости  
уменьшения биомассы

$$Z = \frac{1}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \prod_{k=1}^{N_i} c_{ik}^{\mu'_{ik} - \mu''_{ik}}}}$$

$$\Psi = \left( -\frac{1}{n} \right) \left[ \sum_{i=1}^n \frac{m_k \varepsilon_i}{\rho} \sum_{k=1}^{N_i} \frac{(v'_{ik} - v''_{ik})(\mu'_{ik} - \mu''_{ik})}{c_{ik}} \right]$$

## Решение

При фиксированных начальных концентрациях компонентов субстрата – уравнение роста

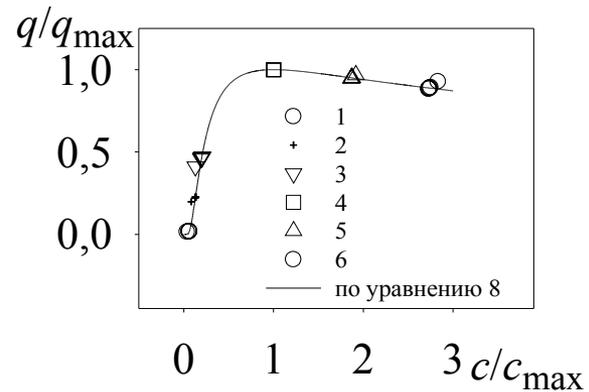
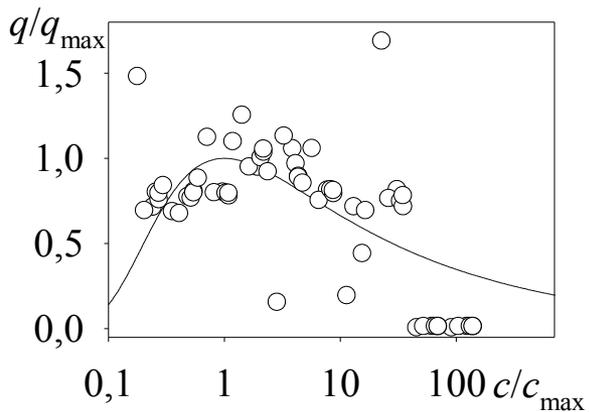
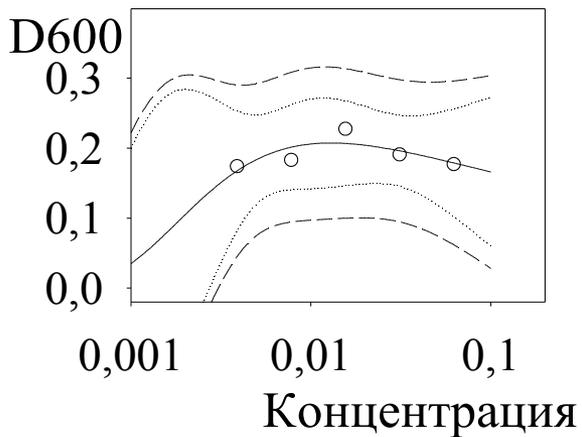
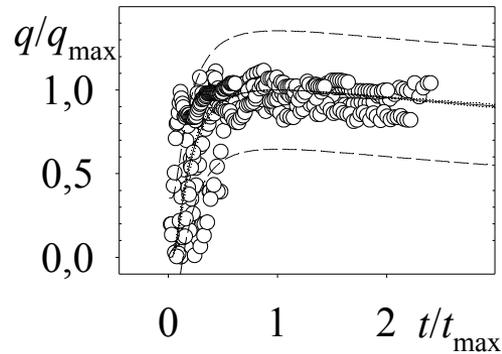
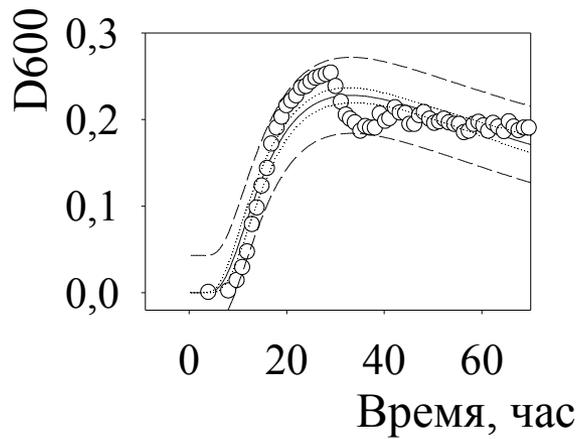
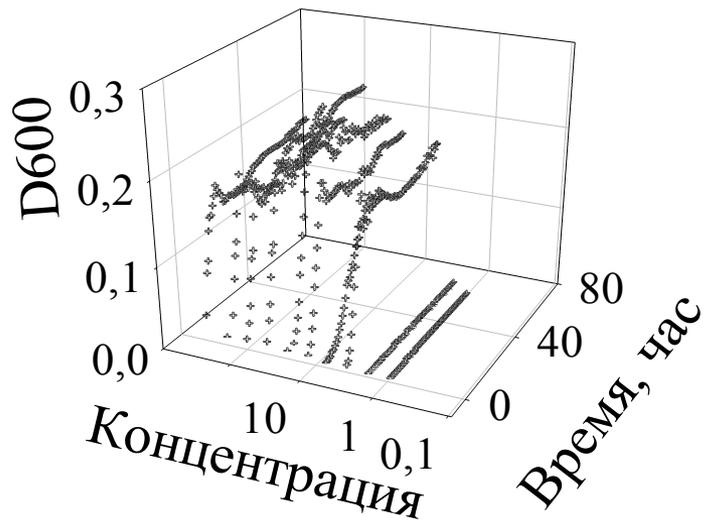
$$q = \sigma t^{-\beta} \exp\left(-\frac{\omega}{t}\right)$$

При фиксированном времени – дозовая зависимость

$$q = \theta z^{-\lambda} \exp\left(-\frac{\delta}{z}\right)$$

$$z = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (c_{i1}^{\circ})} \quad \text{– среднее геометрическое из концентраций}$$

КОМПОНЕНТОВ



**Уравнение роста** (при фиксированных начальных концентрациях компонентов субстрата)

$$q = \sigma t^{-\beta} \exp\left(-\frac{\omega}{t}\right)$$

$\sigma$  – масштабирующий коэффициент

$\beta$  – коэффициент скорости уменьшения биомассы вследствие отмирания клеток

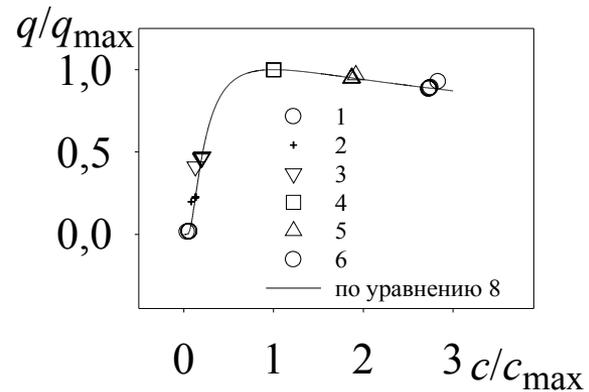
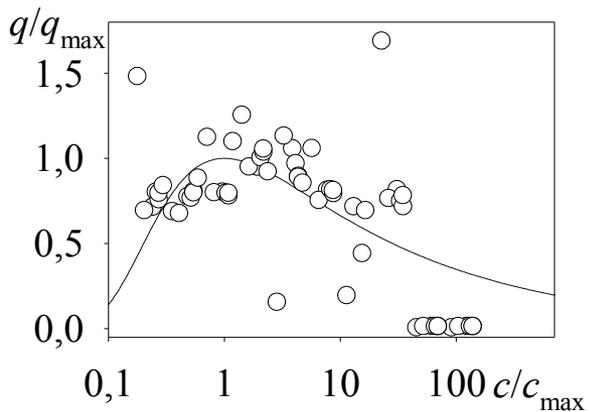
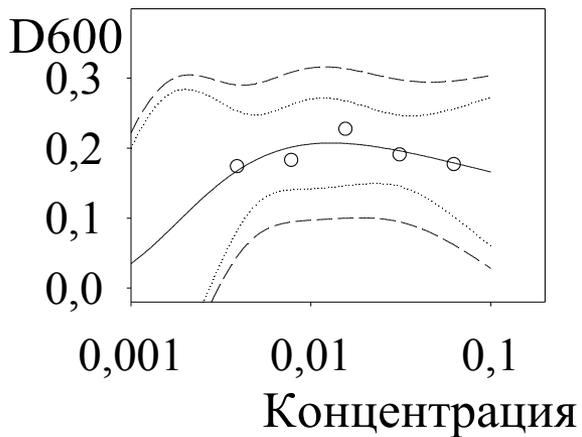
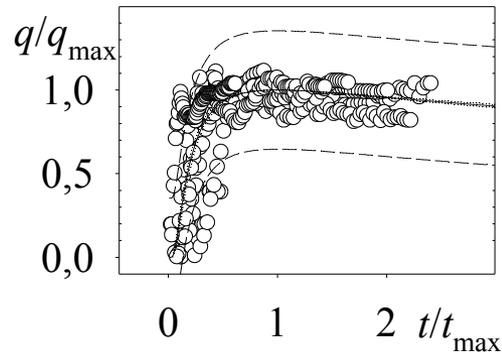
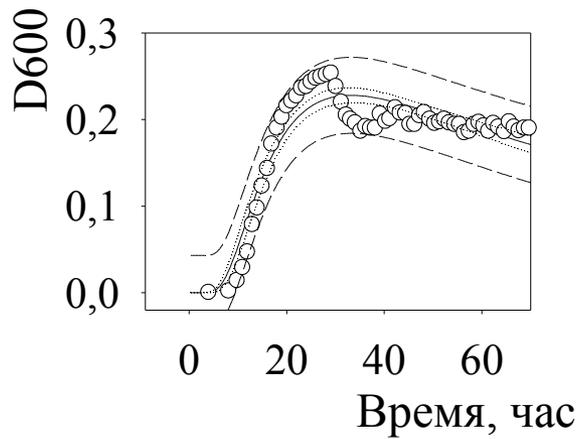
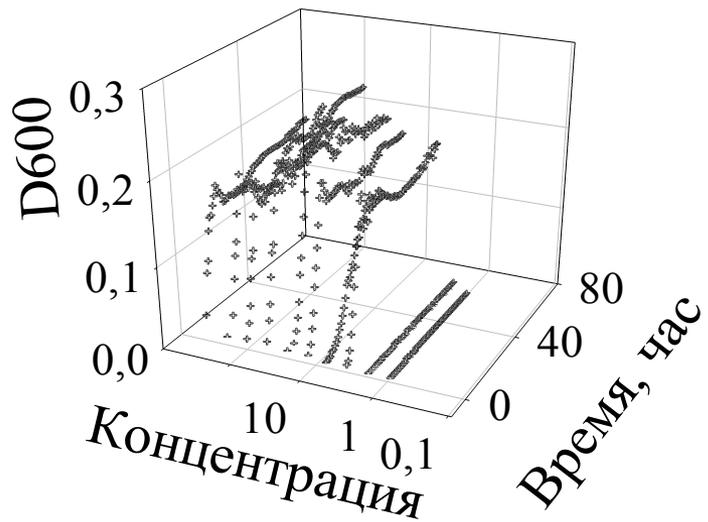
$\omega$  – коэффициент скорости увеличения биомассы вследствие отрастания клеток

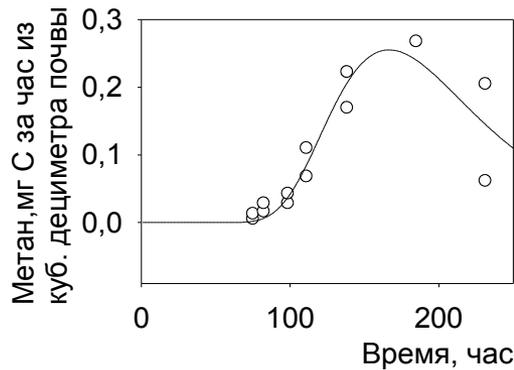
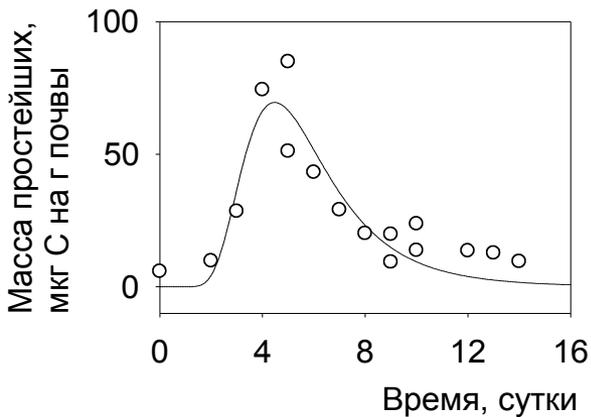
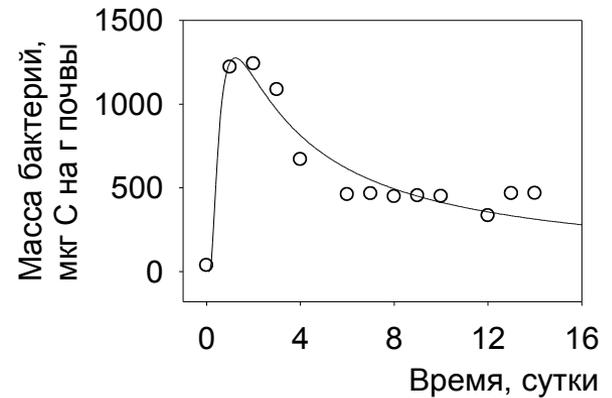
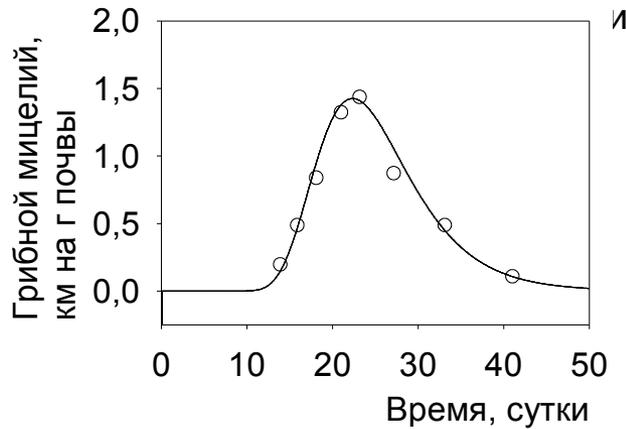
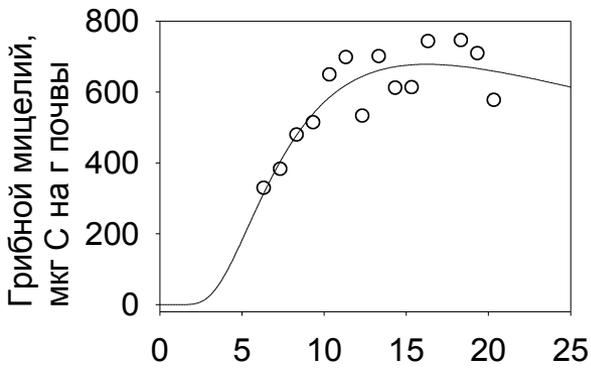
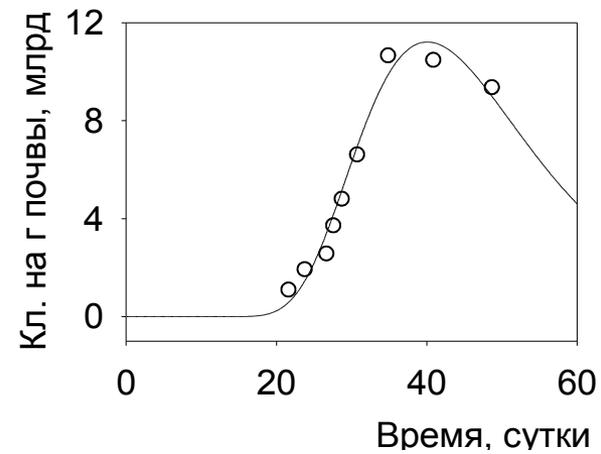
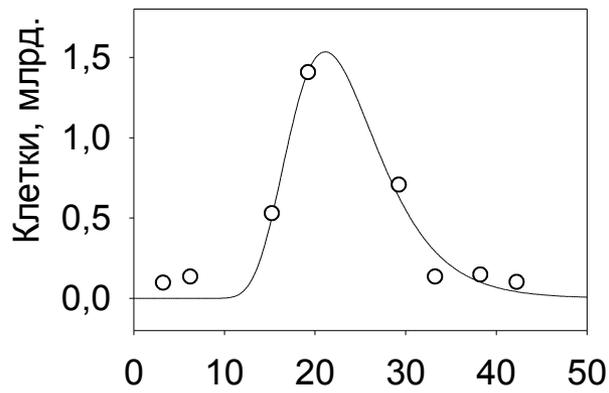
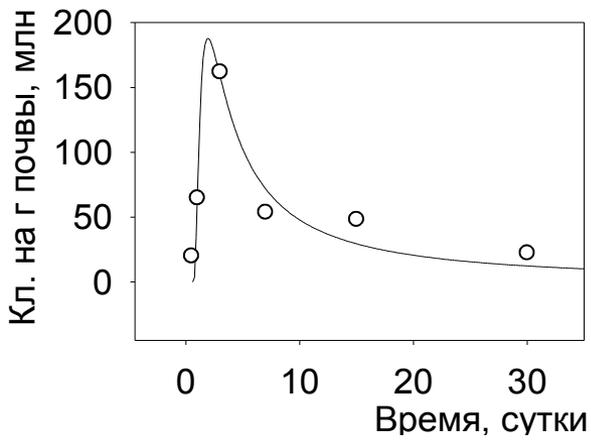
# Обобщение уравнения роста

$$x = \frac{t}{t_{\max}}$$

$$y = \frac{NDVI}{NDVI_{\max}}$$

$$q = \sigma t^{-\beta} \exp\left(-\frac{\omega}{t}\right) \rightarrow y = x^{-B} \exp\left(B - \frac{B}{x}\right)$$



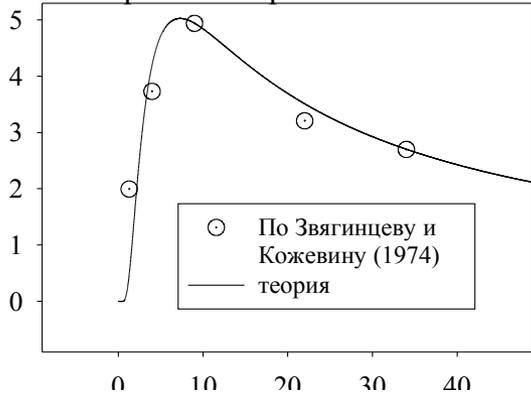


Динамика м. о. в почве (слева направо, сверху вниз)

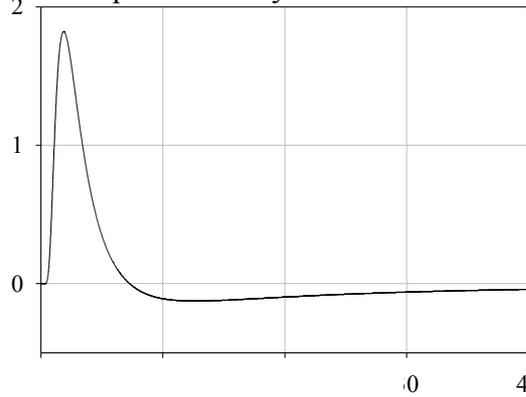
- 1) грамотрицательные бактерии в чернозёме
- 2) м.о. в черноземе
- 3)- 4) грибы и бактерии в чернозёме после затравки глюкозой
- 5)- 7) грибы, бактерии и простейшие в серой лесной почве + глюкоза
- 8) метаногены в торфяной почве

(Обработка литературных данных.)

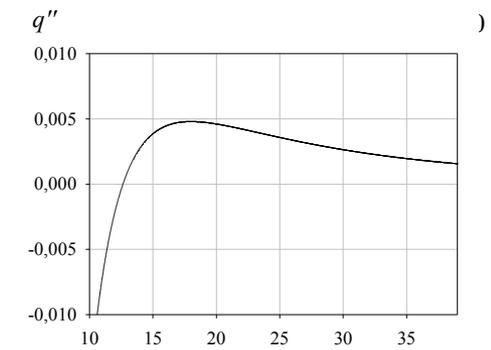
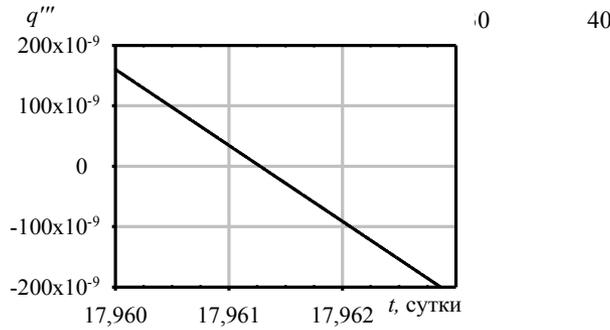
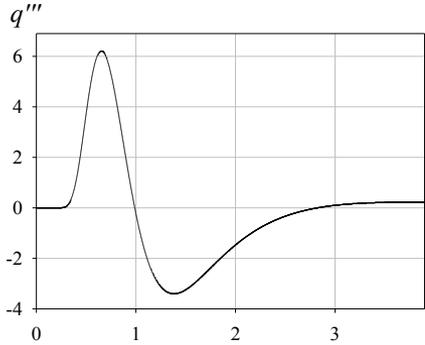
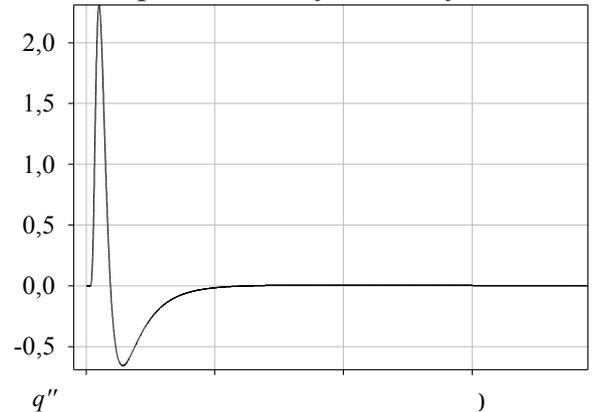
$q$ , среднее число клеток в поле зрения микроскопа



$q'$ , число клеток в поле зрения микроскопа в сутки



$q''$ , число клеток в поле зрения микроскопа в сутки за сутки



## Особая точка

$t_0$  – начала роста

$t_1$  – наибольшей вогнутости слева от максимума

$t_2$  – перегиба слева от максимума

$t_3$  – наибольшей выпуклости

$t_4$  – максимума

$t_5$  – перегиба справа от максимума

$t_6$  – наибольшей вогнутости справа от максимума

Интервал	$q$	$q'$	$q''$
$t_0 < t \leq t_1$	$+\uparrow$	$+\uparrow$	$+\uparrow$
$t_1 < t \leq t_2$	$+\uparrow$	$+\uparrow$	$+\downarrow$
$t_2 < t \leq t_3$	$+\uparrow$	$+\downarrow$	$-\downarrow$
$t_3 < t \leq t_4$	$+\uparrow$	$+\downarrow$	$-\uparrow$
$t_4 < t \leq t_5$	$+\downarrow$	$-\downarrow$	$-\uparrow$
$t_5 < t \leq t_6$	$+\downarrow$	$-\uparrow$	$+\uparrow$
$t_6 < t$	$+\downarrow$	$-\uparrow$	$+\downarrow$

# Кинетические характеристики

Особая точка

$t_0$  - начала роста

$t_1$  - наибольшей вогнутости слева от максимума

$t_2$  - перегиба слева от максимума

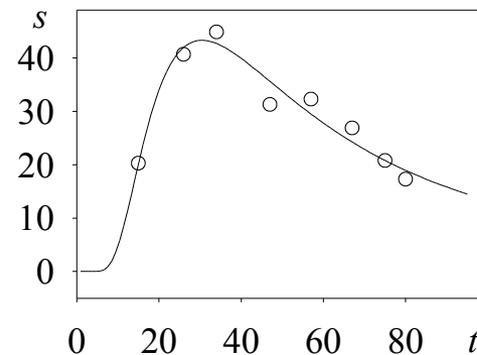
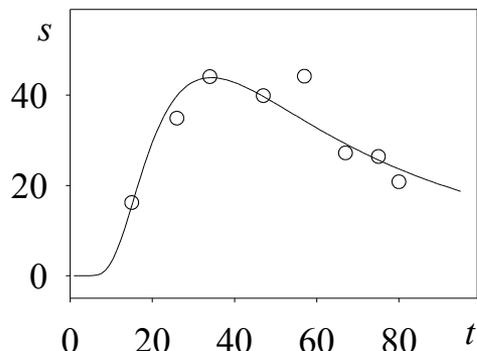
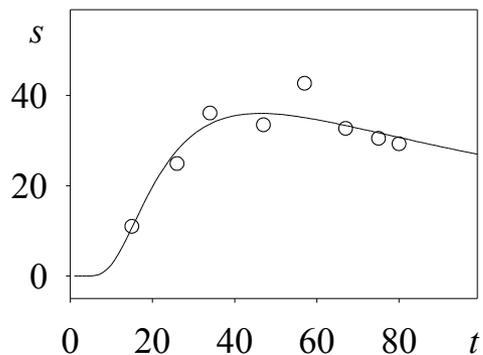
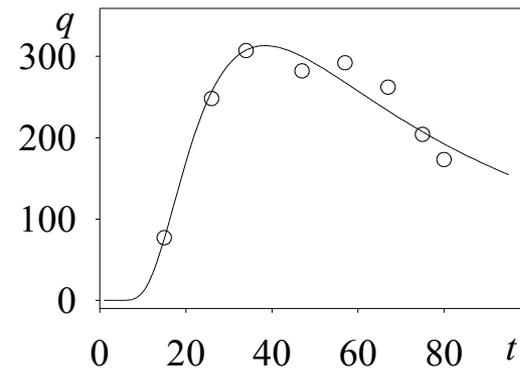
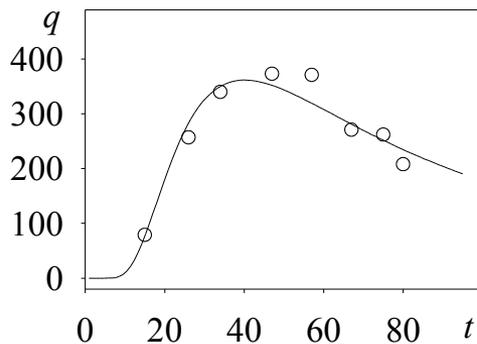
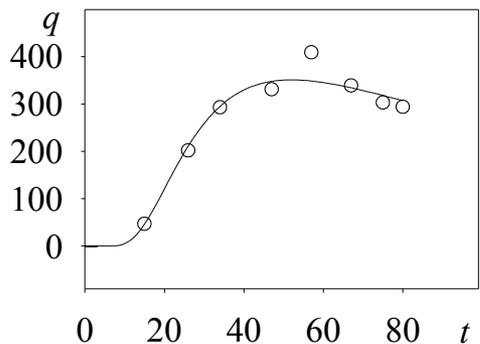
$t_3$  - наибольшей выпуклости

$t_4$  - максимума

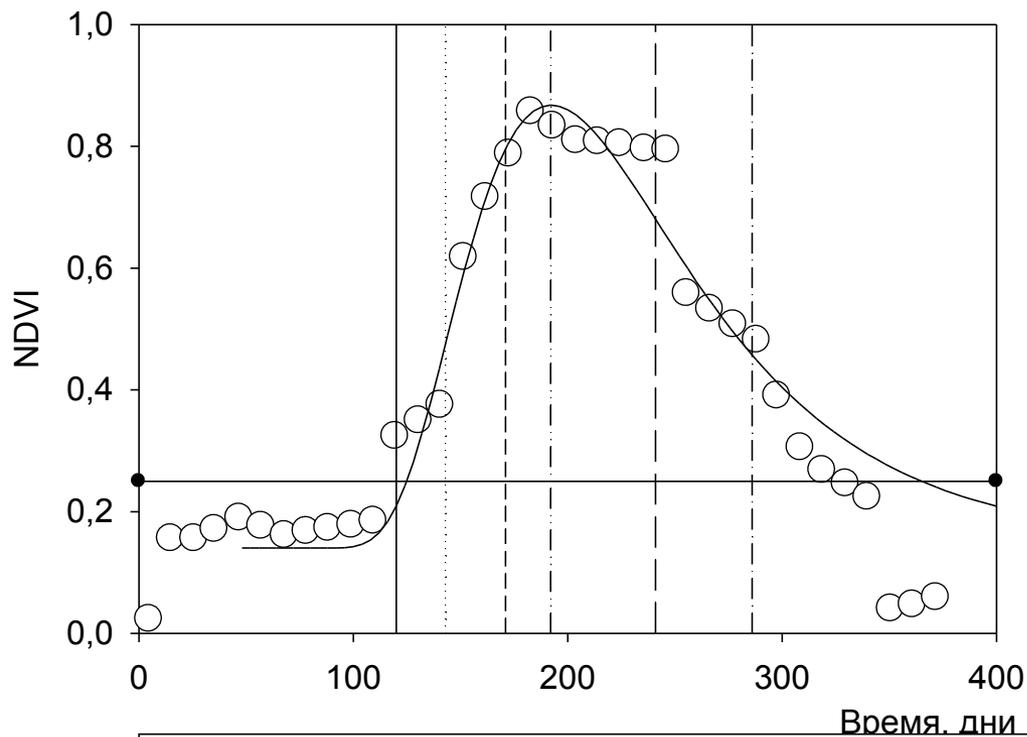
$t_5$  - перегиба справа от максимума

$t_6$  - наибольшей вогнутости справа от максимума

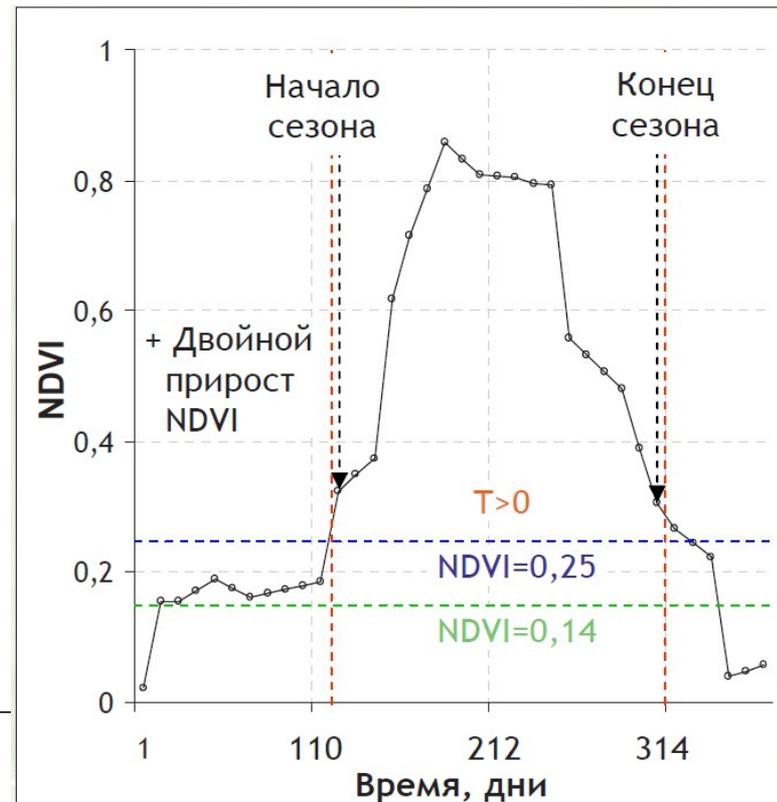
Интервал	$q$	$q'$	$q''$
$t_0 < t \leq t_1$	$+\uparrow$	$+\uparrow$	$+\uparrow$
$t_1 < t \leq t_2$	$+\uparrow$	$+\uparrow$	$+\downarrow$
$t_2 < t \leq t_3$	$+\uparrow$	$+\downarrow$	$-\downarrow$
$t_3 < t \leq t_4$	$+\uparrow$	$+\downarrow$	$-\uparrow$
$t_4 < t \leq t_5$	$+\downarrow$	$-\downarrow$	$-\uparrow$
$t_5 < t \leq t_6$	$+\downarrow$	$-\uparrow$	$+\uparrow$
$t_6 < t$	$+\downarrow$	$-\uparrow$	$+\downarrow$



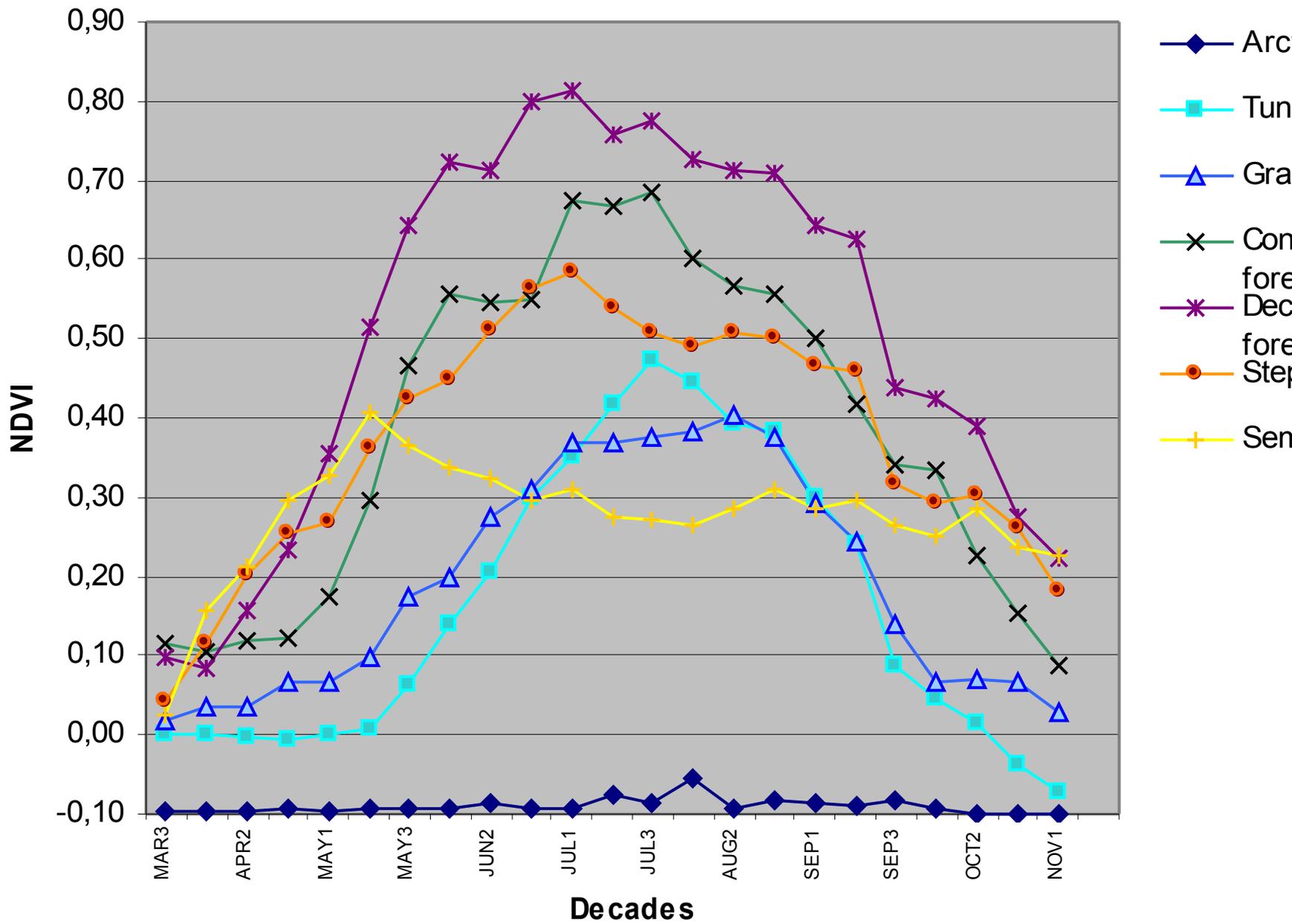
Изменение запасов биомассы (кг/га) и индекса листовой поверхности со временем (лет) в зависимости от начальной плотности посадки (слева направо: 2400, 4400, 10000 шт./га) в одновозрастных насаждениях сосны на территории Тимирязевской академии (литературные данные)



- Измеренные величины
- Точка наибольшей вогнутости (в начале сезона)
- ⋯ Точка перегиба (в начале сезона)
- - - Точка наибольшей выпуклости (в начале сезона)
- · - · Точка максимума
- - - - Точка перегиба (в конце сезона)
- · - · Точка наибольшей вогнутости (в конце сезона)
- Расчет по формуле роста
- NDVI = 0,25



По данным С.А.Барталева и др., 2010



По данным С.А.Барталева и др., 2010

# Легенда карты (рабочая версия)



По данным С.А.Барталева и др., 2010

# Абсциссы особых точек для типов земного покрова

	x1	x2	x3	x4	x5	x6
Болота	284	309	341	347	385	415
Тундра	353	385	427	434	483	522
Кустарник	409	446	494	503	560	603
Посевы до уборки	11	20	29	58	96	133
«»после	1	2	3	16	29	44
Луга	331	374	429	443	513	570
Леса	182	216	259	276	337	389

# Фенологические характеристики для типов земного покрова

	Длительность сезона вегетации	Время достижения максимума	Скорость роста до достижения максимума	Дата начала вегетации	Дата окончания вегетации	Коэффициент обобщенного уравнения роста $B$
Болота	131	66	0.007	156	287	78.8
Тундра	168	81	0.005	137	305	76.8
Кустарник	197	94	0.007	111	309	76.0
Посевы до уборки	122	47	0.008	101	223	1.29
« » после	43	15	0.021	228	270	0.29
Луга	240	113	0.005	91	331	39.8
Леса	207	95	0.009	105	312	19.9

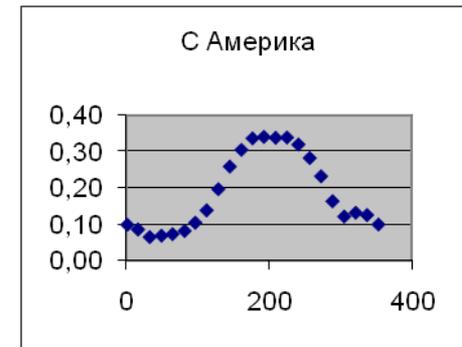
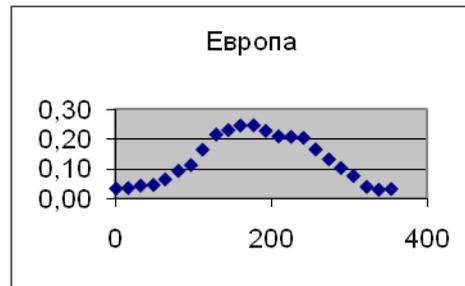
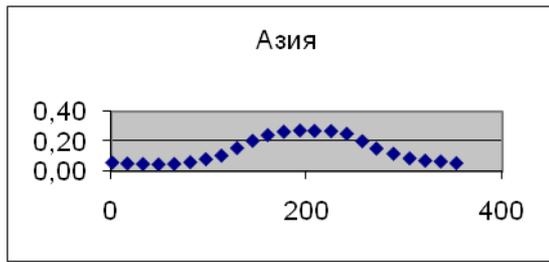
Обобщенная модель:

$$y = x^{-B} \exp\left(B - \frac{B}{x}\right)$$

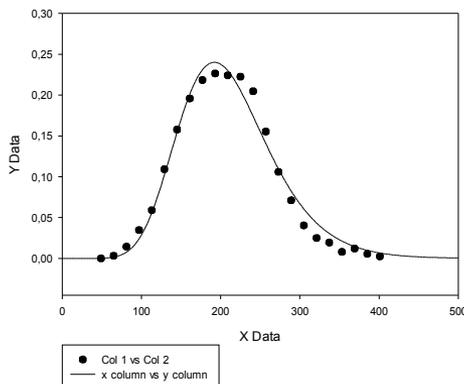
# Подгонка модели

$$q = \sigma t^{-\beta} \exp\left(-\frac{\omega}{t}\right)$$

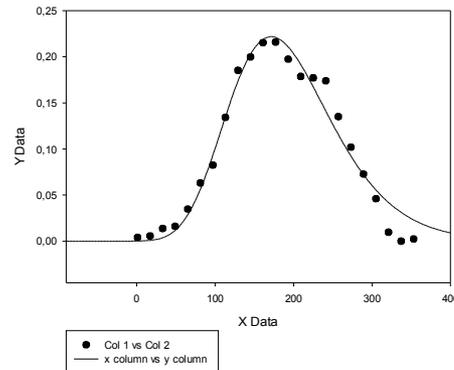
к материалам годовой динамики NDVI для континентов Земли  
(по данным Huete и др.)



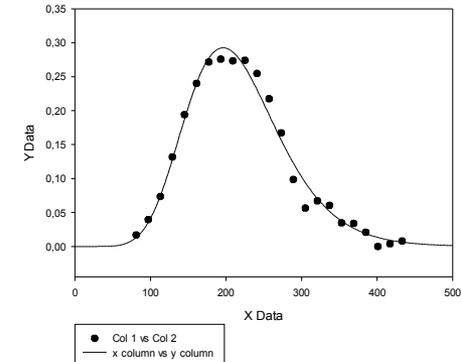
2D Graph 27  
 $f = c \cdot (x+d)^{-b} \cdot \exp(-K/(x+d))$



2D Graph 29  
 $f = c \cdot (x+d)^{-b} \cdot \exp(-K/(x+d))$



2D Graph 21  
 $f = c \cdot (x+d)^{-b} \cdot \exp(-K/(x+d))$



Коэффициенты  
модели по

$$q = \sigma t^{-\beta} \exp\left(-\frac{\omega}{t}\right)$$

материалам годовой динамики NDVI для континентов Земли  
(по данным Huete и др.)

1	A	B	K	t4	Max NDVI
Весь мир	5,02351E+54	18,0	7824	435	0,27
Европа	60,53276587	1,0	85	84	0,24
Азия	7,5918E+161	51,6	26813	520	0,28
С. Америка	3,05007E+11	4,5	759	169	0,35
Африка 1	5,39125E+47	15,6	7405	475	0,18
Австралия	28,26443692	0,8	124	164	0,28
Ю.Америка	0,929467416	0,2	17	111	0,38

## Фенологические характеристики для растительного покрова по континентам

	Характерное время сезонного изменения растительного покрова, сутки	Скорость роста до достижения максимума	Коэффициент обобщенного уравнения роста, <i>B</i>
Весь мир	435	0,001	18
Европа	84	0,003	1
Азия	520	0,001	53
С. Америка	169	0,002	5
Африка 1	475	0,000	15
Австралия	164	0,002	1
Ю. Америка	111	0,003	0.1

**Спасибо за внимание**