

МНОГОРЕЛАКСАЦИОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЧЕСКАЯ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ПОЧВЫ В ТАЛОМ И МЕРЗЛОМ СОСТОЯНИИ

Молостов И.П. (1, 2), Миронов В.Л. (2)

(1) Алтайский государственный университет, (2) Институт физики СО РАН
им. Л.В. Киренского

Многорелаксационная спектроскопическая термодинамическая модель диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon^*(\rho_d, m_g, f, T) = ?$$

$$\frac{n_s(m_g, f) - 1}{\rho_d} = \begin{cases} \frac{n_m - 1}{\rho_m} + \frac{(n_b(f, T) - 1)}{\rho_b} m_g, & 0 \leq m_g \leq m_{g1}; \\ \frac{n_s(m_{g1}, f) - 1}{\rho_d} + \frac{(n_t(f, T) - 1)}{\rho_t} (m_g - m_{g1}), & m_{g1} \leq m_g \leq m_{g2}; \\ \frac{n_s(m_{g2}, f) - 1}{\rho_d} + \frac{(n_u(f, T) - 1)}{\rho_u} (m_g - m_{g2}), & m_g \geq m_{g2}; \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\kappa_s(m_g, f)}{\rho_d} = \begin{cases} \frac{\kappa_m}{\rho_m} + \frac{\kappa_b(f, T)}{\rho_b} m_g, & 0 \leq m_g \leq m_{g1}; \\ \frac{\kappa_s(m_{g1}, f)}{\rho_d} + \frac{\kappa_t(f, T)}{\rho_t} (m_g - m_{g1}), & m_{g1} \leq m_g \leq m_{g2}; \\ \frac{\kappa_s(m_{g2}, f)}{\rho_d} + \frac{\kappa_u(f, T)}{\rho_u} (m_g - m_{g2}), & m_g \geq m_{g2}. \end{cases} \quad (2)$$

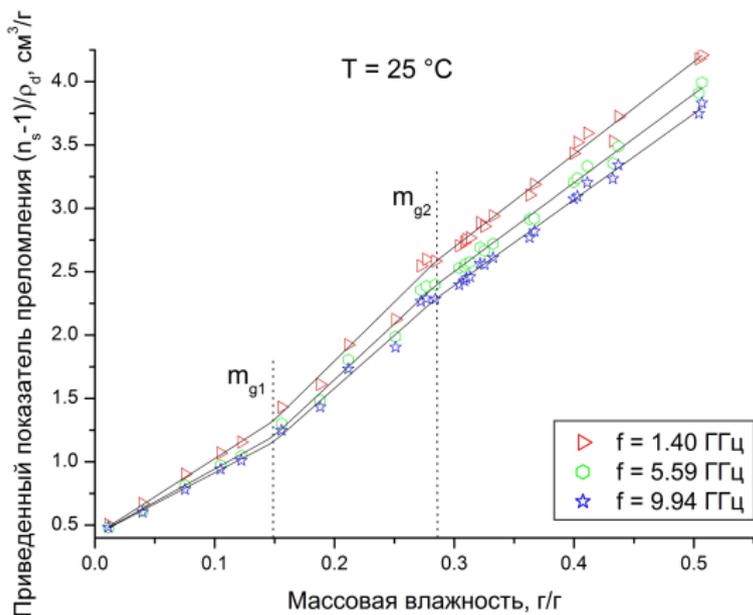


Рис. 1: Зависимости показателя преломления от влажности при температуре $25\text{ }^\circ\text{C}$

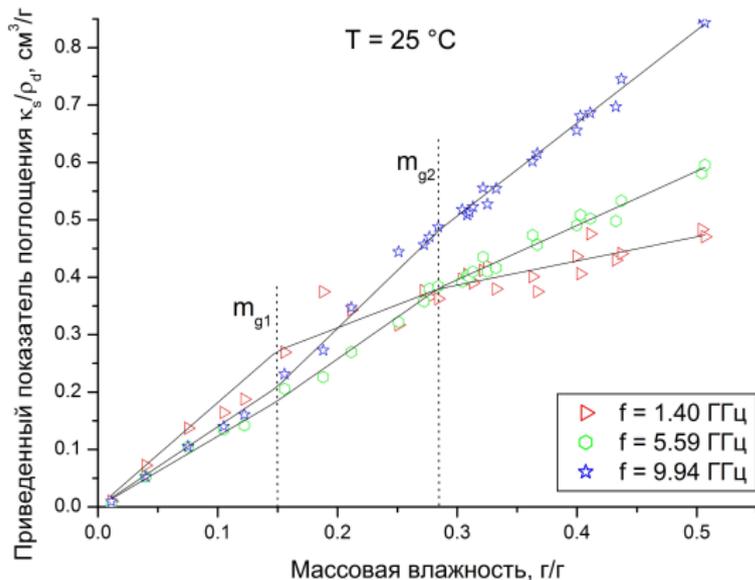


Рис. 2: Зависимости показателя поглощения от влажности при температуре $25 \text{ }^\circ\text{C}$

$$(n_m - 1)/\rho_m = 0.431, \kappa_m/\rho_m = 0$$

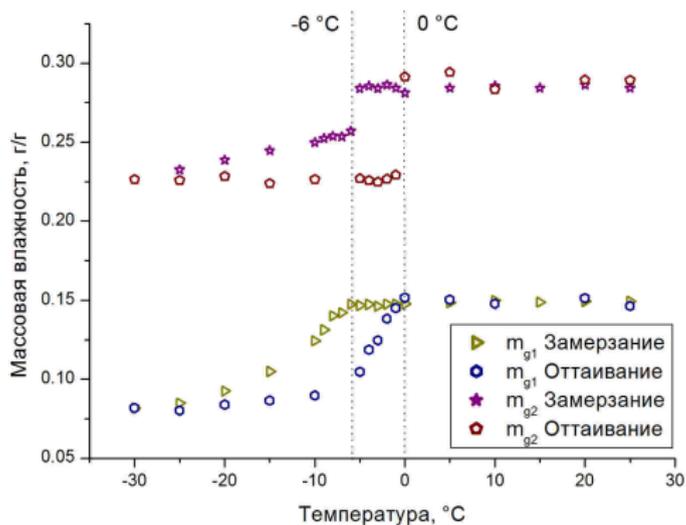


Рис. 3: Зависимости m_{g1} и m_{g2} от температуры

Спектроскопическая модель диэлектрической проницаемости

$$\frac{n_s(m_g, f) - 1}{\rho_d} = \begin{cases} \frac{n_m - 1}{\rho_m} + \frac{(n_b(f, T) - 1)}{\rho_b} m_g, & 0 \leq m_g \leq m_{g1}; \\ \frac{n_s(m_{g1}, f) - 1}{\rho_d} + \frac{(n_t(f, T) - 1)}{\rho_b} (m_g - m_{g1}), & m_{g1} \leq m_g \leq m_{g2}; \\ \frac{n_s(m_{g2}, f) - 1}{\rho_d} + \frac{(n_u(f, T) - 1)}{\rho_u} (m_g - m_{g2}), & m_g \geq m_{g2}; \end{cases}$$

$$\frac{\kappa_s(m_g, f)}{\rho_d} = \begin{cases} \frac{\kappa_m}{\rho_m} + \frac{\kappa_b(f, T)}{\rho_b} m_g, & 0 \leq m_g \leq m_{g1}; \\ \frac{\kappa_s(m_{g1}, f)}{\rho_d} + \frac{\kappa_t(f, T)}{\rho_b} (m_g - m_{g1}), & m_{g1} \leq m_g \leq m_{g2}; \\ \frac{\kappa_s(m_{g2}, f)}{\rho_d} + \frac{\kappa_u(f, T)}{\rho_u} (m_g - m_{g2}), & m_g \geq m_{g2}. \end{cases}$$

Однорелаксационное уравнение Дебая:

$$\varepsilon'_u = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_{0u} - \varepsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau_u)^2}, \quad (3)$$

$$\varepsilon''_u = \frac{\varepsilon_{0u} - \varepsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau_u)^2} 2\pi f\tau_u. \quad (4)$$

$$f_r \sim 15 \text{ ГГц}$$

Двухрелаксационное уравнение Дебая:

$$\varepsilon'_t = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_{0tL} - \varepsilon_{0tH}}{1 + (2\pi f\tau_{tL})^2} + \frac{\varepsilon_{0tH} - \varepsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau_{tH})^2}, \quad (5)$$

$$\varepsilon''_t = \frac{\varepsilon_{0tL} - \varepsilon_{0tH}}{1 + (2\pi f\tau_{tL})^2} 2\pi f\tau_{tL} + \frac{\varepsilon_{0tH} - \varepsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau_{tH})^2} 2\pi f\tau_{tH}. \quad (6)$$

$$f_r \sim 350 \text{ МГц}, 10 \text{ ГГц}$$

Трехрелаксационное уравнение Дебая:

$$\epsilon'_b = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_{0bL} - \epsilon_{0bM}}{1 + (2\pi f\tau_{bL})^2} + \frac{\epsilon_{0bM} - \epsilon_{0bH}}{1 + (2\pi f\tau_{bM})^2} + \frac{\epsilon_{0bH} - \epsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau_{bH})^2}, \quad (7)$$

$$\epsilon''_b = \frac{\epsilon_{0bL} - \epsilon_{0bM}}{1 + (2\pi f\tau_{bL})^2} 2\pi f\tau_{bL} + \frac{\epsilon_{0bM} - \epsilon_{0bH}}{1 + (2\pi f\tau_{bM})^2} 2\pi f\tau_{bM} + \frac{\epsilon_{0bH} - \epsilon_\infty}{1 + (2\pi f\tau_{bH})^2} 2\pi f\tau_{bH}. \quad (8)$$

$$f_r \sim 70 \text{ МГц}, 3 \text{ ГГц}, 15 \text{ ГГц}$$

Спектроскопическая модель диэлектрической проницаемости

$$n_p = \sqrt{\frac{\sqrt{(\varepsilon'_p)^2 + (\varepsilon''_p)^2} + \varepsilon'_p}{2}}; \quad (9)$$

$$\kappa_p = \sqrt{\frac{\sqrt{(\varepsilon'_p)^2 + (\varepsilon''_p)^2} - \varepsilon'_p}{2}}, \quad (10)$$

$$p = b, t, u.$$

Спектроскопическая модель диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon'_S = n_S^2 - \kappa_S^2. \quad (11)$$

$$\varepsilon''_S = \begin{cases} 2n_S\kappa_S + \frac{\rho_d m_g \sigma_b}{2\pi f \varepsilon_r}, & 0 \leq m_g \leq m_{g1}; \\ 2n_S\kappa_S + \frac{\rho_d [m_{g1}\sigma_b + (m_g - m_{g1})\sigma_t]}{2\pi f \varepsilon_r}, & m_{g1} \leq m_g \leq m_{g2}; \\ 2n_S\kappa_S + \frac{\rho_d [m_{g1}\sigma_b + (m_{g2} - m_{g1})\sigma_t + (m_g - m_{g2})\sigma_u]}{2\pi f \varepsilon_r}, & m_g \geq m_{g2}. \end{cases} \quad (12)$$

Спектроскопическая модель диэлектрической проницаемости

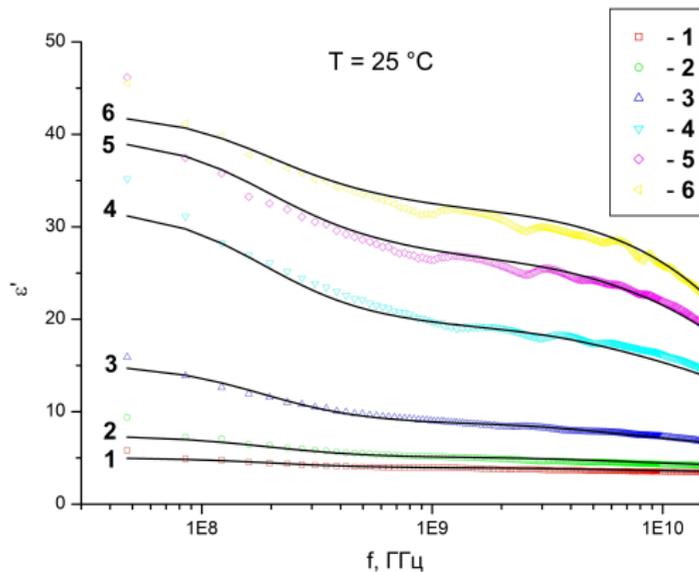


Рис. 4: Спектры действительной части КДП ϵ'

Спектроскопическая модель диэлектрической проницаемости

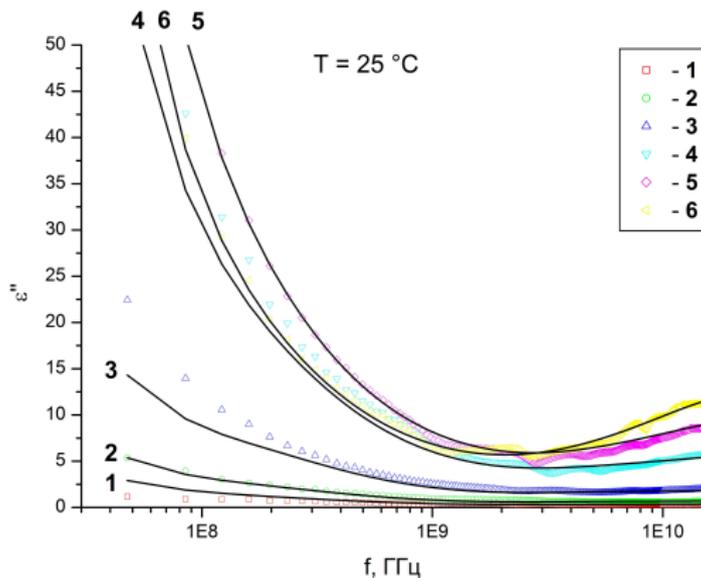


Рис. 5: Спектры мнимой части КДП ϵ''

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости

$\varepsilon_{0pr}(T)$ - низкочастотный предел диэлектрической
проницаемости

$\tau_{pr}(T)$ - время релаксации

$\sigma_p(T)$ - проводимость

$$p = b, t, u$$

$$r = L, M, H$$

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости. $\epsilon_{0pr}(T)$

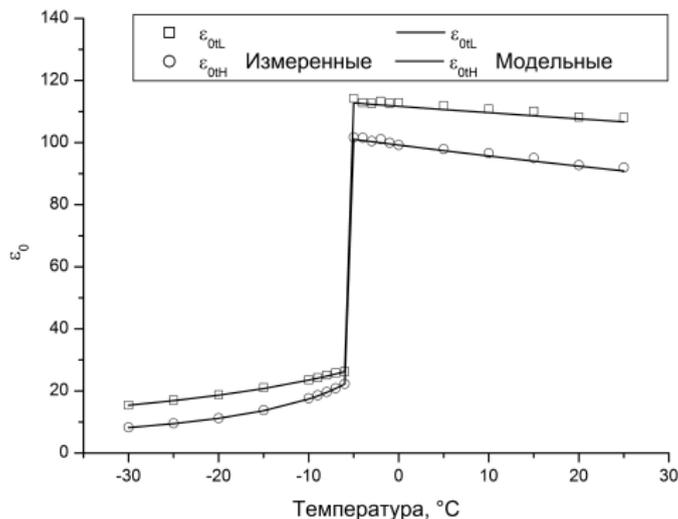


Рис. 6: Низкочастотный предел диэлектрической проницаемости релаксаций переходной воды для цикла заморзания

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости. $\varepsilon_{0pr}(T)$

$$\varepsilon_{0pr}(T) = \frac{1 + 2 \exp \left[\ln \left[\frac{\varepsilon_{0pr}(T_{s\varepsilon 0pr}) - 1}{\varepsilon_{0pr}(T_{s\varepsilon 0pr}) + 2} \right] - \beta_{v0pr}(T - T_{s\varepsilon 0pr}) \right]}{1 - \exp \left[\ln \left[\frac{\varepsilon_{0pr}(T_{s\varepsilon 0pr}) - 1}{\varepsilon_{0pr}(T_{s\varepsilon 0pr}) + 2} \right] - \beta_{v0pr}(T - T_{s\varepsilon 0pr}) \right]}, \quad (13)$$

где β_{v0pr} – объемный коэффициент расширения, $\varepsilon_{0pr}(T_{s\varepsilon 0pr})$ – значение диэлектрической проницаемости при опорной температуре $T_{s\varepsilon 0pr}$.

$$\begin{aligned} p &= b, t, u \\ r &= L, M, H \end{aligned}$$

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости. $\tau_{pr}(T)$

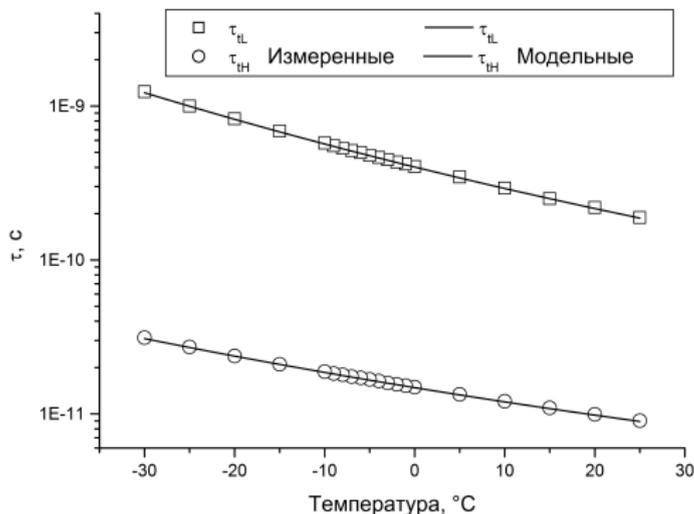


Рис. 7: Времена релаксации релаксаций переходной воды для цикла замерзания

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости. $\tau_{pr}(T)$

$$\tau_{pr}(T) = \frac{48}{T_k} \exp\left[\frac{\Delta H_{pr}}{R} \frac{1}{T_k} - \frac{\Delta S_{pr}}{R}\right] 10^{-12}, \quad (14)$$

где ΔH_{pr} – энергия активации релаксационного процесса, ΔS_{pr} – энтропия активации релаксационного процесса, T_k – температура в Кельвинах, R – газовая постоянная.

$$\begin{aligned} p &= b, t, u \\ r &= L, M, H \end{aligned}$$

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости. $\sigma_p(T)$

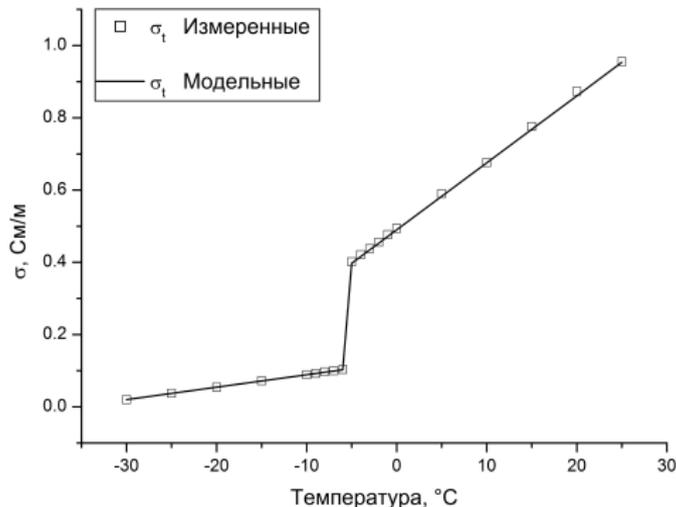


Рис. 8: Проводимость переходной воды для цикла заморзания

Термодинамическая модель диэлектрической проницаемости. $\sigma_p(T)$

$$\sigma_p(T) = \sigma_p(T_{s\sigma p}) + \beta_{\sigma p}(T - T_{s\sigma p}) \quad (15)$$

где $\beta_{\sigma p}$ – температурный коэффициент проводимости, $\sigma_p(T_{s\sigma p})$ – значение проводимости при опорной температуре $T_{s\sigma p}$.

$$p = b, t, u$$

Многорелаксационная спектроскопическая термодинамическая модель диэлектрической проницаемости

Термодинамическая модель (T) \rightarrow Спектроскопическая модель (f) \rightarrow Обобщенная рефракционная модель (ρ_d, m_g)

\downarrow

$$\varepsilon^*(\rho_d, m_g, f, T)$$

Таблица 1: Погрешности модели

	Замерзание		Оттаивание	
	ϵ'	ϵ''	ϵ'	ϵ''
Среднеквадратическая ошибка	0.35	0.40	0.43	0.51
Коэффициент детерминации	0.99	0.98	0.99	0.96

Спасибо за внимание!

- 1 Проведены измерения комплексной диэлектрической проницаемости для влажных образцов «Чернозема обыкновенного слабогумусного сверхмощного тяжелосуглинистого на лессовидных глинах» в диапазоне массовых влажностей от 1% до 50%, диапазоне температур от -30°C до $+25^{\circ}\text{C}$ (в режимах замораживания и оттаивания) и диапазоне частот от 50 МГц до 15 ГГц.
- 2 На основе полученных экспериментальных данных определены гидрологические, спектроскопические и термодинамические параметры «Многорелаксационной спектроскопической термодинамической диэлектрической модели».

- ③ Установлены зависимости максимально возможного содержания связанной (m_{g1}) и переходной ($m_{g2} - m_{g1}$) почвенной влаги от температуры и доказано существование гистерезиса для этих величин.
- ④ Показано, что разработанная модель позволяет проводить расчеты комплексной диэлектрической проницаемости во всем исследованном диапазоне температур, влажностей и частот с погрешностями сравнимыми с погрешностью измерения комплексной диэлектрической проницаемости.

В образце значительно доминируют кварц 55-60%, присутствуют калиевый полевой шпат 10-15%, плагиоклаз 10-15%, диоктаэдрическая слюда 7-10%, хлорит 5%, следы смектита, кальцита, сидерита, каолинита.

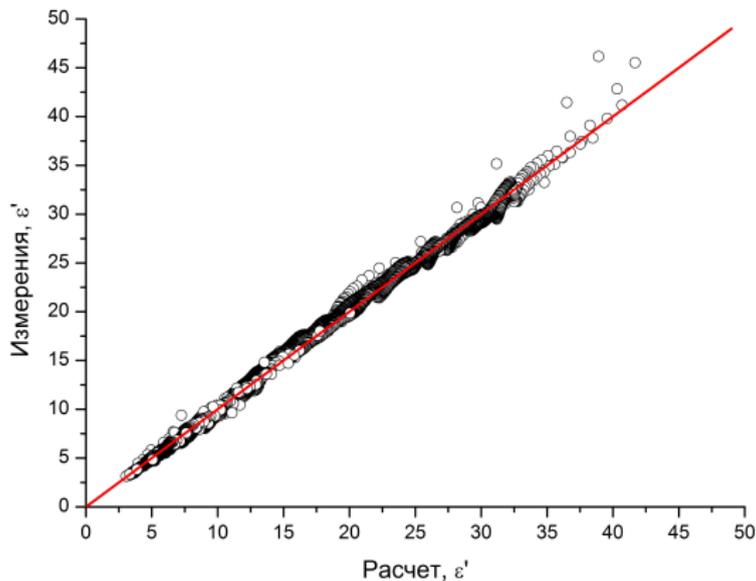


Рис. 9: Корреляция рассчитанных и измеренных действительных ε' частей КДП для цикла заморзания

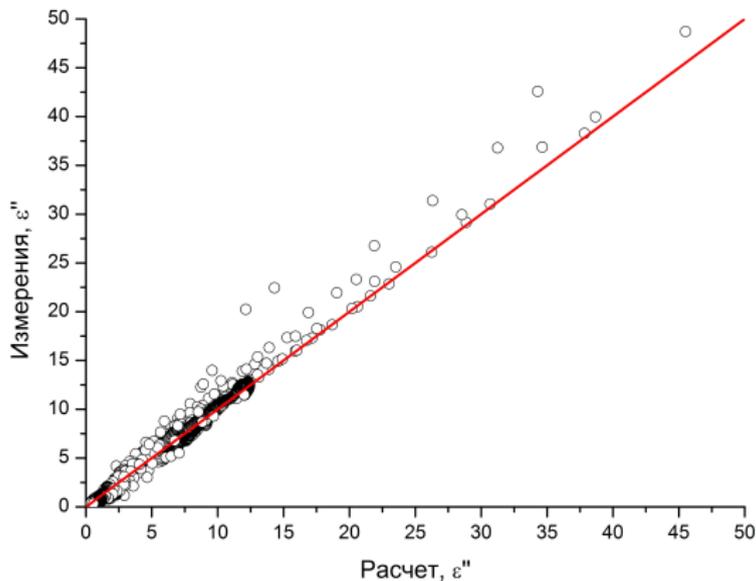


Рис. 10: Корреляция рассчитанных и измеренных мнимых ε'' частей КДП для цикла заморзания

Среднеквадратическая ошибка:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{n}},$$

Коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2},$$

где x - модельные данные, y - экспериментальные данные.

Метод вычисления комплексной диэлектрической проницаемости (КДП)

Численный метод расчета КДП:

$$\Phi(n^*) = (|T^*|_{exp} - |T^*|_{the}(n^*))^2 + (\varphi_{exp} - \varphi_{the}(n^*))^2, \quad (16)$$

где $|T^*|_{exp}$ и φ_{exp} измеренные модуль и фаза комплексного коэффициента прохождения, а $|T^*|_{the}(n^*)$ и $\varphi_{the}(n^*)$ рассчитанные теоретически при заданном значении n^* .

$$T^*(n^*) = \frac{1 - \left(\frac{n^* - 1}{n^* + 1}\right)^2}{1 - \left(\frac{n^* - 1}{n^* + 1}\right)^2 \exp(2ik_0 n^* d)} \exp(ik_0 n^* d), \quad (17)$$

$$n^* = \sqrt{\varepsilon^*} = n + i\kappa; \quad \varepsilon' = n^2 - \kappa^2; \quad \varepsilon'' = 2n\kappa.$$

Аналитический метод расчета КДП:

$$n^* = \frac{1}{k_0 d} \arccos\left(\frac{1 + (T^*)^2 - (R^*)^2}{2T^*}\right). \quad (18)$$

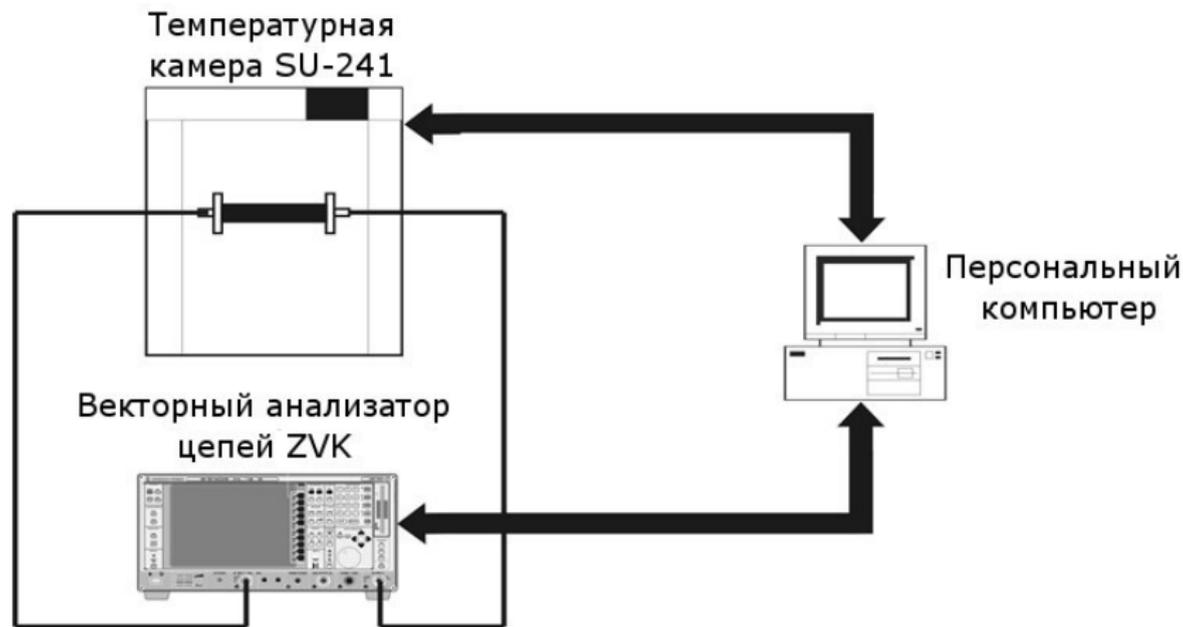


Рис. 11: Общая схема экспериментальной установки